ΛΥΣΗ

**α)**

i. Ισχύει ότι:

- $E\widehat{\Delta}B = \Delta\widehat{B}\Gamma$ (1), ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔΕ και ΒΓ που τέμνονται από τη ΒΔ.
- $E\widehat{\Delta}A = \widehat{\Gamma}$ (2), ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΔΕ και ΒΓ που τέμνονται από την ΑΓ.

ii. Αφού η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\widehat{\Delta}B$, θα ισχύει ότι $E\widehat{\Delta}B = E\widehat{\Delta}A$ (3).

Από (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $\Delta\widehat{B}\Gamma = \widehat{\Gamma}$ (4).

Οπότε το τρίγωνο ΒΔΓ έχει δυο γωνίες ίσες, άρα θα είναι ισοσκελές με ΔΒ = ΔΓ.

**β)** Η $A\widehat{\Delta}B$ είναι εξωτερική του τριγώνου ΔΒΓ οπότε θα είναι ίση με το άθροισμα των δυο απέναντι εσωτερικών γωνιών του, δηλαδή θα ισχύει $A\widehat{\Delta}B = \widehat{\Gamma} + \Delta\widehat{B}\Gamma$ με $A\widehat{\Delta}B = 60^o$ από τα δεδομένα και $\Delta\widehat{B}\Gamma = \widehat{\Gamma}$ λόγω της σχέσης (4), οπότε:

$$60^o = \widehat{\Gamma} + \widehat{\Gamma} \text{ ή } 60^o = 2\widehat{\Gamma} \text{ ή } \widehat{\Gamma} = 30^o$$