ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα ΒΚΑ και ΓΚΑ έχουν:

- ΚΑ κοινή πλευρά
- ΒΚ = ΚΓ, από υπόθεση
- ΑΒ = ΑΓ, από υπόθεση.

Οπότε τα τρίγωνα ΒΚΑ και ΓΚΑ είναι ίσα, γιατί έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία (κριτήριο ΠΠΠ).

β)

i. Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση τη ΒΓ, ισχύει ότι $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ (1)

Επειδή η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A}$, ισχύει ότι $B\widehat{A}K = K\widehat{A}\Gamma = \frac{80^o}{2} = 40^o$

Επειδή είναι ΚΒ = ΚΑ, το τρίγωνο ΚΑΒ είναι ισοσκελές με βάση ΑΒ, οπότε οι γωνίες οι προσκείμενες στη βάση του θα είναι ίσες, δηλαδή $A\widehat{B}K = B\widehat{A}K = 40^o$.

Όμοια, επειδή ΚΑ = ΚΓ και το τρίγωνο ΑΓΚ είναι ισοσκελές με βάση ΑΓ, οπότε οι γωνίες οι προσκείμενες στη βάση του θα είναι ίσες, δηλαδή $K\widehat{\Gamma}A = K\widehat{A}\Gamma = 40^o$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΚ έχουμε:

$$A\widehat{K}B + A\widehat{B}K + B\widehat{A}K = 180^o \text{ ή } A\widehat{K}B + 2\cdot 40^o = 180^o \text{ ή } A\widehat{K}B = 100^o$$

Όμοια από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΓΚ βρίσκουμε ότι $A\widehat{K}\Gamma = 100^o$.

ii. Είναι $B\widehat{K}\Gamma + A\widehat{K}B + A\widehat{K}\Gamma = 360^o$ ή $B\widehat{K}\Gamma + 100^o + 100^o = 360^o$ ή $B\widehat{K}\Gamma + 200^o = 360^o$, οπότε $B\widehat{K}\Gamma = 160^o$.