

ΛΥΣΗ

α) Αφού η AB είναι κάθετη στην Ox , η γωνία \widehat{OBA} είναι ορθή, οπότε το τρίγωνο OBA είναι ορθογώνιο, στο οποίο η BM είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, οπότε ισχύει ότι $BM = \frac{OA}{2} = MA$ (1). Άρα το τρίγωνο BMA είναι ισοσκελές.

β) Αφού η AG είναι κάθετη στην Oy , η γωνία \widehat{OGA} είναι ορθή, οπότε το τρίγωνο OGA είναι ορθογώνιο, στο οποίο η GM είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $GM = \frac{OA}{2}$ (2)

Από τις (1), (2) προκύπτει ότι $BM = GM$, άρα το τρίγωνο BGM είναι ισοσκελές.

γ) Από την (1) ισχύει ότι: $BM = \frac{OA}{2} = OM$, αφού M μέσο του OA .

Άρα το τρίγωνο OBM είναι ισοσκελές με βάση OB και ισχύει ότι $\widehat{M\hat{O}B} = \widehat{M\hat{B}O}$, ως γωνίες προκείμενες στη βάση.

Η γωνία \widehat{BMA} είναι εξωτερική στο τρίγωνο BMO , οπότε θα είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου, δηλαδή:

$$\widehat{BMA} = \widehat{M\hat{O}B} + \widehat{M\hat{B}O} = 2\widehat{M\hat{O}B}, \text{ δηλαδή } \widehat{BMA} = 2 \cdot \widehat{O\hat{A}}$$

