

ΛΥΣΗ

α) Τα Ε, Ζ είναι μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΟΑΔ, άρα $EZ = \frac{AD}{2}$ (1).

Τα Ζ, Η είναι μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΟΑΒ, άρα $ZH = \frac{AB}{2}$ (2).

Τα Η, Θ είναι μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΟΒΓ, άρα $HΘ = \frac{BG}{2}$ (3).

Τα Ε, Θ είναι μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΟΓΔ, άρα $EΘ = \frac{GD}{2}$ (4).

Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο ισχύει ότι $AB = ΓΔ$ και $AD = ΒΓ$. Τότε από τις (1), (3) βρίσκουμε $ZH = EΘ$ και από τις (2), (4) $EZ = ΘΗ$, δηλαδή στο τετράπλευρο ΕΖΗΘ οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

β) Επειδή η περίμετρος του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι 40, ισχύει ότι:

$AB + ΒΓ + ΓΔ + ΔΑ = 40$. Τότε:

$$EZ + ZH + ΗΘ + ΘΕ = \frac{AD}{2} + \frac{AB}{2} + \frac{BG}{2} + \frac{GD}{2} = \frac{AD+AB+BG+GD}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

