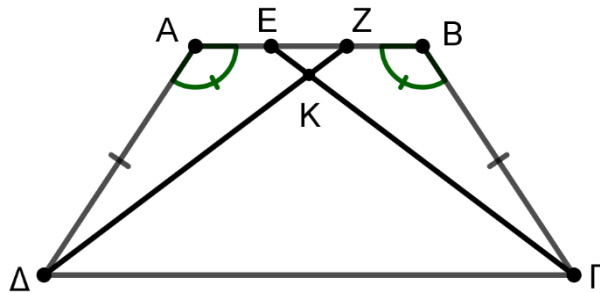


ΛΥΣΗ

Έστω ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB \parallel \Gamma\Delta$ ), σημεία  $E, Z$  πάνω στην  $AB$  τέτοια ώστε  $AE = EZ = ZB$  και  $K$  το σημείο τομής των  $DZ$  και  $GE$ .



α) Τα τρίγωνα  $A\Delta Z$  και  $EB\Gamma$  έχουν:

- $AZ = BE$ , διότι  $AZ = AE + EZ = ZB + EZ = EB$ .
- $A\Delta = B\Gamma$ , διότι το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο με  $AB \parallel \Delta\Gamma$  οπότε οι μη παράλληλες πλευρές του  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$  θα είναι ίσες.
- $\hat{A} = \hat{B}$ , ως γωνίες βάσης ισοσκελούς τραπέζιου,

Άρα τα τρίγωνα  $A\Delta Z$  και  $EB\Gamma$  είναι ίσα γιατί έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), οπότε έχουν ίσες και τις πλευρές που είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες  $\hat{A}$  και  $\hat{B}$ , δηλαδή  $DZ = GE$  (1).

β) Από την ισότητα των τριγώνων  $A\Delta Z$  και  $EB\Gamma$ , έχουμε ότι και οι γωνίες τους  $\hat{\Gamma}\hat{E}B$  και  $\hat{\Delta}\hat{Z}A$  θα είναι ίσες ως αντίστοιχες των ίσων πλευρών  $B\Gamma$  και  $A\Delta$ , οπότε  $K\hat{E}Z = K\hat{Z}E$ .

Επομένως το τρίγωνο  $KEZ$  είναι ισοσκελές και ισχύει ότι  $KZ = KE$  (2).

Αφαιρούμε κατά μέλη τις (1), (2) και έχουμε  $DZ - KZ = GE - KE$ , δηλαδή  $K\Delta = K\Gamma$ . Οπότε το τρίγωνο  $\Delta K\Gamma$  είναι ισοσκελές.