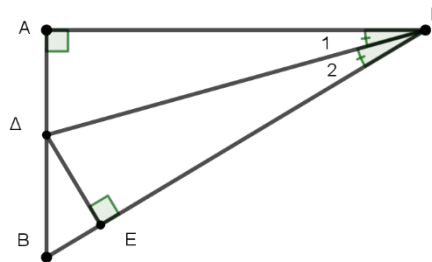


ΛΥΣΗ

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, η διχοτόμος $\Gamma\Delta$ της γωνίας $\hat{\Gamma}$ και ΔE κάθετο τμήμα στην πλευρά $B\Gamma$.



α) Αφού το τμήμα ΔE είναι κάθετο στη $B\Gamma$ θα είναι $\Delta\hat{E}\Gamma = 90^\circ$.

Τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι ορθογώνια και έχουν:

- $\Gamma\Delta$ κοινή πλευρά
- $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$, αφού $\Gamma\Delta$ διχοτόμος της $\hat{\Gamma}$.

Αφού τα ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτεινούσα κοινή και μία οξεία γωνία του ενός είναι ίση με μία οξεία γωνία του άλλου, θα είναι ίσα.

β) Επειδή τα ορθογώνια τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι ίσα, θα έχουν τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα. Συγκεκριμένα θα είναι ίσες οι τρίτες γωνίες τους, δηλαδή $\Gamma\hat{\Delta}A = \Gamma\hat{\Delta}E$. Οπότε οι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες θα είναι ίσες, δηλαδή $\Gamma A = \Gamma E$. Συνεπώς το Γ ισαπέχει από τα σημεία A, E .

Επίσης θα είναι $\Delta A = \Delta E$ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\hat{\Gamma}_1$ και $\hat{\Gamma}_2$ αντίστοιχα. Συνεπώς το σημείο Δ ισαπέχει από τα A, E .

Άρα τα σημεία Γ, Δ ανήκουν στη μεσοκάθετο του AE , δηλαδή η $\Gamma\Delta$ είναι η μεσοκάθετος του AE .

