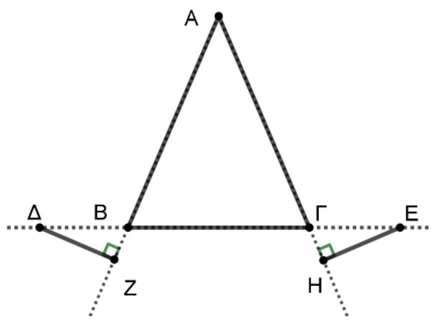
ΛΥΣΗ

α)

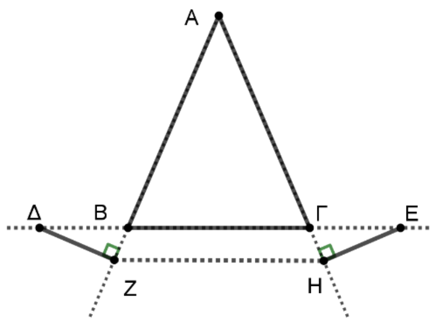


i. Τα τρίγωνα ΔΒΖ και ΕΗΓ είναι ορθογώνια και έχουν:

- ΒΔ = ΓΕ, από υπόθεση
- Δ$\widehat{\mathrm{B}}$Ζ = Ε$\widehat{\Gamma}$Η, ως κατακορυφήν των ίσων γωνιών $\widehat{\mathrm{B}}$ και $\widehat{\Gamma}$, οι οποίες είναι γωνίες προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ της υπόθεσης.

Τα τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία ίσες μία προς μία, άρα είναι ίσα, οπότε θα έχουν και όλα τα άλλα τα στοιχεία τους ίσα. Συγκεκριμένα, Β$\widehat{\Delta}$Ζ = Γ$\widehat{\mathrm{E}}$Η ως τρίτες γωνίες των ίσων τριγώνων και ΒΖ = ΓΗ ως οι αντίστοιχες πλευρές τους.

ii. Φέρουμε το τμήμα ΖΗ.



Επειδή είναι ΑΒ = ΑΓ (από υπόθεση) και ΒΖ = ΓΗ (από το αi) ερώτημα), τότε:

ΑΒ + ΒΖ = ΑΓ + ΓΗ, άρα ΑΖ = ΑΗ ως αθροίσματα ίσων τμημάτων.

Άρα το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.

β) Επειδή το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές (από αii) ερώτημα) με βάση τη ΖΗ, είναι $\widehat{\mathrm{Z}} = \widehat{\mathrm{H}}$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΖΗ έχουμε:

$$\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\mathrm{Z}} + \widehat{\mathrm{H}} = 180^{o}\,,\ \text{ή}\ \ 50^{o} + 2\widehat{\mathrm{Z}} = 180^{o}\,,\ \text{ή}\ \ 2\widehat{\mathrm{Z}} = 130^{o}\,,\ \text{οπότε}\ \ \widehat{\mathrm{Z}} = 65^{o} = \widehat{\mathrm{H}}$$