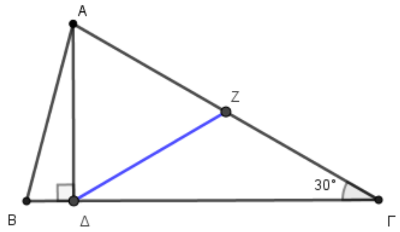
ΛΥΣΗ

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και $\hat{\Gamma}$= 30^o, ΑΔ ύψος και Ζ το μέσο της ΑΓ.

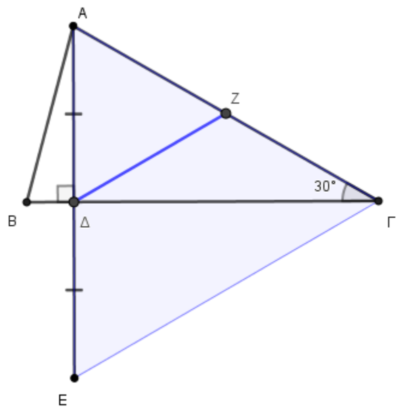
α) Φέρνουμε το τμήμα ΔΖ.



Αφού το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ τότε το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ορθογώνιο.

Το τμήμα ΔΖ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΑΔΓ, άρα ΔΖ = $\frac{\mathrm{A\Gamma}}{2}$.

β) Έστω ΔΕ η προέκταση του ύψους ΑΔ προς το Δ κατά ίσο τμήμα ΔΕ.



Στο τρίγωνο ΑΓΕ το ΓΔ είναι ύψος και διάμεσος στην πλευρά του ΑΕ, άρα το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ισοσκελές. Οπότε το ΓΔ θα είναι και διχοτόμος της Α$\hat{\Gamma}$Ε και θα ισχύει Α$\hat{\Gamma}$Δ = Δ$\hat{\Gamma}$Ε = $\frac{\mathrm{A\hat{\Gamma}E}}{2}$ και επειδή είναι Α$\hat{\Gamma}$Δ = 30^o θα είναι $\mathrm{A\hat{\Gamma}E}$=60^0. Επομένως το ισοσκελές τρίγωνο ΑΓΕ έχει γωνία κορυφής 60^0, άρα είναι ισόπλευρο.