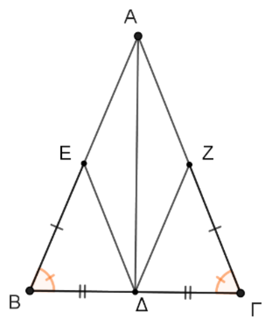
ΛΥΣΗ

α)

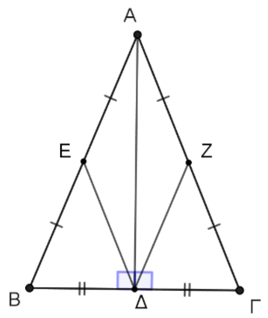


Τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΓΔΖ έχουν:

- ΒΕ = ΓΖ, ως μισά τμήματα των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ του ισοσκελούς τριγώνου.
- ΒΔ = ΓΔ, διότι το ΑΔ είναι ύψος οπότε είναι και διάμεσος που αντιστοιχεί στη ΒΓ.
- $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Gamma}$, ως γωνίες προσκείμενες στη βάση ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου.

Επομένως, τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΓΔΖ έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), οπότε θα είναι ίσα.

β)



Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΔΓ είναι ορθογώνια γιατί το ΑΔ είναι ύψος οπότε θα είναι κάθετο στη ΒΓ και οι γωνίες $\mathrm{A}\widehat{\Delta}\mathrm{B}$ και $\mathrm{A}\widehat{\Delta}\Gamma$ θα είναι ορθές.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ, το Ε είναι μέσο του ΑΒ οπότε η ΔΕ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΒΑ, άρα ΔΕ = $\frac{\mathrm{AB}}{2}$ = ΑΕ (1).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ, το Ζ είναι μέσο του ΑΓ οπότε η ΔΖ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΑΓ, άρα ΔΖ = $\frac{\mathrm{A}\Gamma}{2}$ = ΑΖ (2).

Επειδή ΑΒ = ΑΓ από την υπόθεση, από τις σχέσεις (1), (2) συμπεραίνουμε ότι ΔΕ = ΕΑ =ΑΖ = ΔΖ. Άρα το τετράπλευρο ΑΕΔΖ είναι ρόμβος γιατί οι πλευρές του είναι ίσες.