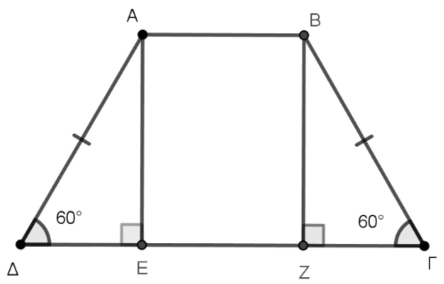
ΛΥΣΗ



α) Αφού ΑΕ και ΒΖ είναι κάθετα στη ΔΓ, τότε οι γωνίες $A\hat{E}\Delta$ και $B\hat{Z}\Gamma$ είναι ορθές και τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ορθογώνια.

Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΕΔ ισχύει $\Delta\hat{A}E + \hat{\Delta} = 90^o$ και αφού $\hat{\Delta} = 60^o$ τότε $\Delta\hat{A}E = 30^o$. Οπότε, η απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας των 30^0 θα ισούται με το μισό της υποτείνουσας ΑΔ, δηλαδή είναι $\Delta E = \frac{A\Delta}{2}$.

Ομοίως, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ θα είναι $Z\hat{B}\Gamma = 30^o$ και θα ισχύει $Z\Gamma = \frac{B\Gamma}{2}$.

Επειδή είναι ΑΔ = ΒΓ, αφού το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο από την υπόθεση, θα προκύπτει ότι ΔΕ = ΓΖ.

β) Επειδή ΑΒ // ΓΔ και το τμήμα ΑΕ είναι κάθετο στην ΔΓ από την υπόθεση, τότε θα είναι κάθετο και στην παράλληλη της ΔΓ, την ΑΒ.

Οπότε το τετράπλευρο ΑΕΖΒ έχει τρείς γωνίες ορθές, τις $A\hat{E}Z$, $B\hat{Z}E$ και $E\hat{A}B$ άρα θα είναι ορθογώνιο.