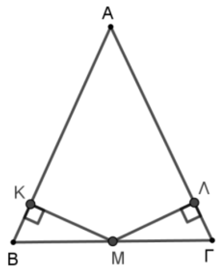
ΛΥΣΗ

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και Μ το μέσο της βάσης ΒΓ. Φέρουμε τις αποστάσεις ΜΚ και ΜΛ του Μ από τις ίσες πλευρές του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

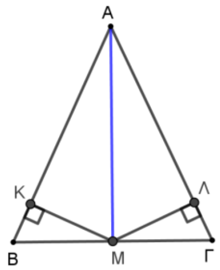


α) Τα τρίγωνα ΜΚΒ και ΜΛΓ έχουν:

- $\widehat{\mathrm{K}} = \widehat{\Lambda} = 90°$, γιατί τα τμήματα ΜΚ και ΜΛ ως αποστάσεις του Μ από τις ίσες πλευρές του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα θα είναι κάθετα στις πλευρές.
- ΜΒ = ΜΓ, αφού Μ μέσο του ΒΓ,
- $\widehat{\mathrm{B}}$ = $\widehat{\Gamma}$, ως γωνίες προσκείμενες στη βάση ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία οξεία γωνία ίση. Οπότε οι πλευρές ΜΚ και ΜΛ είναι ίσες αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\mathrm{B}}$ και $\widehat{\Gamma}$ αντίστοιχα.

β)



Τα τρίγωνα ΑΚΜ και ΑΛΜ έχουν:

- $\widehat{\mathrm{K}} = \widehat{\Lambda} = 90°$ (για τους ίδιους λόγους όπως προηγουμένως στο α) ερώτημα)
- ΑΜ κοινή πλευρά
- ΜΚ = ΜΛ από το α) ερώτημα.

Άρα τα τρίγωνα ΑΚΜ και ΑΛΜ είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία κάθετη πλευρά ίση.

Αφού τα τρίγωνα ΑΚΜ και ΑΛΜ είναι ίσα και έχουν $\widehat{\mathrm{K}} = \widehat{\Lambda}$ ως ορθές γωνίες και Κ$\widehat{\mathrm{A}}$Μ= Λ$\widehat{\mathrm{A}}$Μ, επειδή η διάμεσος ΑΜ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ είναι και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής του $\widehat{A}$, άρα και οι τρίτες τους γωνίες θα είναι ίσες, δηλαδή $A\widehat{M}K = A\widehat{M}\Lambda$. Επομένως η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $K\widehat{M}\Lambda$.