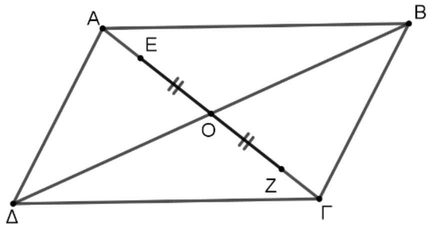
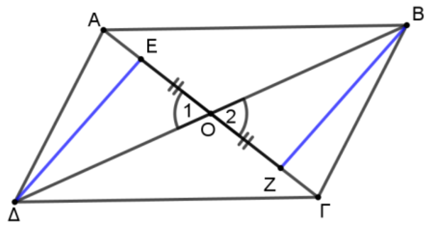
ΛΥΣΗ

Έστω ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο, ΑΓ και ΒΔ οι διαγώνιοί του που τέμνονται στο Ο και σημεία Ε και Ζ σημεία στα τμήματα ΑΟ και ΟΓ αντίστοιχα τέτοια ώστε ΟΕ = ΟΖ.



α) Θεωρούμε τα τμήματα ΔΕ και ΒΖ.

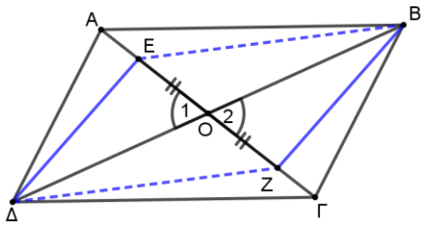


Τα τρίγωνα ΟΔΕ και ΟΒΖ έχουν:

- ΟΔ = ΟΒ (Ο κέντρο του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ)
- ΟΕ=ΟΖ (υπόθεση)
- $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ (κατακορυφήν γωνίες)

Τα τρίγωνα ΟΔΕ και ΟΒΖ είναι ίσα γιατί έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (Π – Γ – Π), οπότε έχουν και ΔΕ = ΒΖ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{O}_1$ και $\widehat{O}_2$ αντίστοιχα.

β) Θεωρούμε τα τμήματα ΔΖ και ΒΕ.



Επειδή ΟΒ = ΟΔ και ΟΕ = ΟΖ οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου ΔΕΒΖ διχοτομούνται, οπότε το ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο.