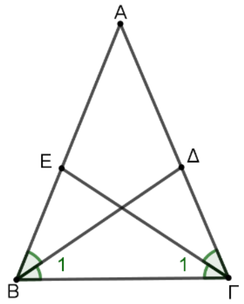
ΛΥΣΗ

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και ΒΔ, ΓΕ διχοτόμοι των γωνιών του Β, Γ αντίστοιχα.

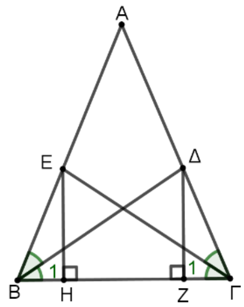


α) Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ έχουν:

- ΒΓ κοινή πλευρά
- $\widehat{\mathrm{B}}$ =$\widehat{\Gamma}$ γωνίες βάσης ισοσκελούς τριγώνου
- $\widehat{\mathrm{B}}_1 = \frac{\widehat{\mathrm{B}}}{2} = \frac{\widehat{\Gamma}}{2} = \widehat{\Gamma}_1$ ως μισά των ίσων γωνιών Β και Γ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ.

Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ είναι ίσα γιατί έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία (ΓΠΓ).

β) Έστω ΕΗ και ΔΖ οι κάθετες στην πλευρά ΒΓ.



Από το α) ερώτημα τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ είναι ίσα, άρα θα είναι ίσες και οι πλευρές τους ΒΕ και ΓΔ που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\Gamma}_1$ και $\widehat{\mathrm{B}}_1$ αντίστοιχα. (1)

Τα τρίγωνα ΕΒΗ και ΔΖΓ έχουν:

- $\widehat{\mathrm{H}} = \widehat{\mathrm{Z}} = 90°$ (αφού ΕΗ και ΔΖ είναι κάθετες στη ΒΓ)
- $\widehat{\mathrm{B}}$ =$\widehat{\Gamma}$ (ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ)
- ΒΕ = ΓΔ από (1)

Άρα είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία οξεία γωνία ίση αντίστοιχα ίσες μία προς μία. Οπότε είναι και ΕΗ = ΔΖ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\mathrm{B}}$ και $\widehat{\Gamma}$ αντίστοιχα.