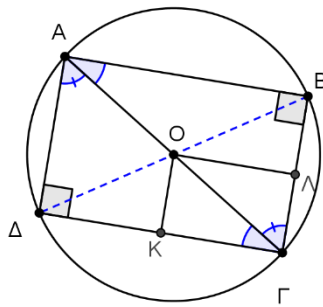


ΛΥΣΗ



α) Από τα δεδομένα έχουμε ότι οι χορδές $\Delta\Gamma$, AB είναι κάθετες στις AD , BE αντίστοιχα, οπότε οι γωνίες $\widehat{A\Delta\Gamma}$ και \widehat{AEB} είναι ορθές. Επομένως τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και ABE είναι ορθογώνια και έχουν την πλευρά AG κοινή και τις πλευρές AD και BE ίσες (από τα δεδομένα), άρα θα είναι ίσα γιατί έχουν δυο ομόλογες πλευρές τους ίσες μία προς μία, οπότε θα είναι $\widehat{A\Gamma\Delta} = \widehat{AEB}$ (1), ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές AD και BE αντίστοιχα.

Άρα οι AB και $\Delta\Gamma$ θα είναι παράλληλες, γιατί τεμνόμενες από την AG σχηματίζουν εντός εναλλάξ γωνίες ίσες.

β) Επειδή τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και ABE είναι ίσα ορθογώνια, θα είναι $\widehat{\Delta\Gamma A} = \widehat{BEA}$, ως συμπληρωματικές γωνίες των ίσων γωνιών $\widehat{A\Gamma\Delta}$ και \widehat{AEB} (σχέση (1)).

Άρα οι $\Delta\Gamma$ και AB θα είναι παράλληλες, γιατί τεμνόμενες από την AG σχηματίζουν εντός εναλλάξ γωνίες ίσες.

Επομένως το τετράπλευρο $AB\Delta E$ θα είναι παραλληλόγραμμο, γιατί έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες και με γωνία $\widehat{A\Delta E}$ ορθή, άρα θα είναι και ορθογώνιο.

γ) Τα AG και BE είναι διαγώνιοι του ορθογωνίου $AB\Delta E$, οπότε θα διχοτομούνται. Επειδή η AG είναι διάμετρος του κύκλου οπότε το κέντρο O θα είναι το μέσο της και επειδή το μέσο τμήματος είναι μοναδικό, άρα το κέντρο O θα είναι το μέσο και της BE . Επομένως η BE είναι διάμετρος του κύκλου κέντρου O .

δ) Το τρίγωνο $O\Delta E$ είναι ισοσκελές, αφού $OD = OE$ ως ακτίνες του κύκλου (η διάμετρος BE του ορθογωνίου $AB\Delta E$ διέρχεται από το κέντρο O του κύκλου) και επειδή το K είναι το μέσο του ΔE από τα δεδομένα, η OK θα είναι διάμεσος στη βάση ΔE του ισοσκελούς τριγώνου, οπότε θα είναι και ύψος, δηλαδή το τμήμα OK είναι κάθετο στο μέσο της χορδής ΔE , οπότε $\widehat{OK\Delta} = 90^\circ$. Όμοια αποδεικνύεται ότι και το τμήμα OK είναι κάθετο στο μέσο της χορδής BE , οπότε $\widehat{OKB} = 90^\circ$. Επειδή το τετράπλευρο $AB\Delta E$ είναι ορθογώνιο (από β) ερώτημα) θα είναι $\widehat{B\Delta E} = 90^\circ$.

Συνεπώς το τετράπλευρο $OKBE$ έχει τρεις ορθές γωνίες, άρα θα είναι ορθογώνιο.