

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$  και ακτίνας  $\rho$ . Από σημείο  $A$  εξωτερικό του κύκλου θεωρούμε τις εφαπτόμενες του κύκλου που εφάπτονται σε αυτόν στα σημεία  $B, \Gamma$  και τέτοιες ώστε, η γωνία  $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$  που σχηματίζουν τα εφαπτόμενα τμήματα  $AB$  και  $A\Gamma$  να είναι  $60^\circ$ . Έστω ότι η ευθεία  $AO$  τέμνει τον κύκλο στο σημείο  $\Delta$  και η εφαπτόμενη του κύκλου στο  $\Delta$  τέμνει τα τμήματα  $AB$  και  $A\Gamma$  στα σημεία  $Z$  και  $E$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α)  $OA=2\rho$ , (Μονάδες 6)
- β) το τρίγωνο  $AZE$  είναι ισόπλευρο, (Μονάδες 5)
- γ)  $AZ = 2ZB$ , (Μονάδες 7)
- δ) το τετράπλευρο  $EZB\Gamma$  είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 7)

