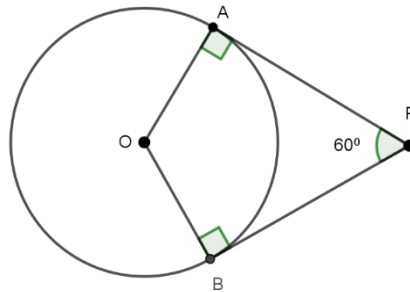


ΛΥΣΗ

α) Τα σημεία A και B είναι σημεία επαφής των εφαπτόμενων τμημάτων PA και PB με τον κύκλο αντίστοιχα και OA, OB ακτίνες του κύκλου που αντιστοιχούν στα σημεία επαφής.

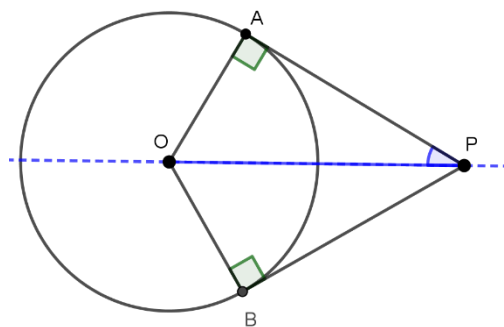


Γνωρίζουμε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα από σημείο εκτός κύκλου είναι κάθετα στις ακτίνες που αντιστοιχούν στα σημεία επαφής, οπότε θα είναι  $\widehat{OAP} = 90^\circ$  και  $\widehat{OBP} = 90^\circ$ .

Για τις γωνίες του τετράπλευρου PAOB ισχύει ότι:

$$\widehat{APB} + \widehat{OBP} + \widehat{AOB} + \widehat{OAP} = 360^\circ \text{ ή } 60^\circ + 90^\circ + \widehat{AOB} + 90^\circ = 360^\circ$$
$$\text{ή } \widehat{AOB} = 360^\circ - 240^\circ \text{ ή } \widehat{AOB} = 120^\circ$$

β) Φέρνουμε την διακεντρική ευθεία PO.



i. Γνωρίζουμε ότι η διακεντρική ευθεία PO διχοτομεί τη γωνία  $\widehat{APB}$  των εφαπτόμενων

τμημάτων PA και PB, άρα  $\widehat{APO} = \frac{\widehat{APB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ .

ii. Από το α) ερώτημα έχουμε ότι  $\widehat{OAP} = 90^\circ$ , οπότε το τρίγωνο OAP είναι ορθογώνιο. Στο ορθογώνιο τρίγωνο OAP η γωνία  $\widehat{APO}$ , λόγω του βι) ερωτήματος, ισούται με  $30^\circ$ , οπότε η

απέναντι κάθετη πλευρά AO ισούται με το μισό της υποτείνουσας PO, δηλαδή  $OA = \frac{OP}{2}$  ή

$$OP = 2 \cdot OA = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm.}$$