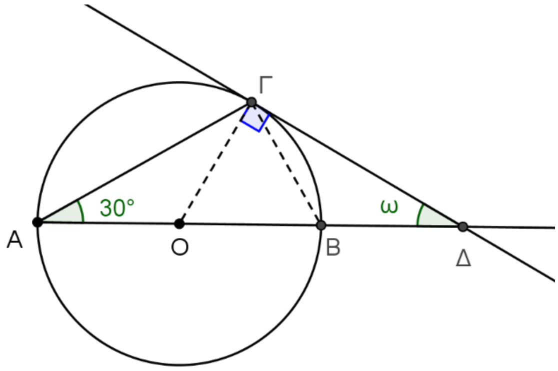
ΛΥΣΗ



α) Η εφαπτομένη στο σημείο Γ του κύκλου, η ΓΔ, είναι κάθετη στην ακτίνα ΟΓ, άρα $\text{O}\widehat{\Gamma}\Delta = 90^o$. Οπότε το τρίγωνο ΓΟΔ είναι ορθογώνιο.

Είναι ΟΑ=ΟΓ ως ακτίνες του κύκλου, άρα το τρίγωνο ΑΟΓ είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά ΑΓ, οπότε οι γωνίες οι προσκείμενες στη βάση του ΑΓ θα είναι ίσες, δηλαδή $\text{O}\widehat{\Gamma}\text{A} = \text{O}\widehat{\text{A}}\Gamma = 30^0$. Στο τρίγωνο ΑΟΓ η γωνία $\Gamma\widehat{\text{O}}\Delta$ είναι εξωτερική του, οπότε θα ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του, δηλαδή $\Gamma\widehat{\text{O}}\Delta = \text{O}\widehat{\Gamma}\text{A} + \text{O}\widehat{\text{A}}\Gamma = 30^0 + 30^0 = 60^0$.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΓΟΔ με ορθή τη γωνιά του $\text{O}\widehat{\Gamma}\Delta$ (από α) ερώτημα), οι οξείες γωνίες του $\Gamma\widehat{\text{O}}\Delta$ και $\Gamma\widehat{\Delta}\text{O}$ είναι συμπληρωματικές, δηλαδή ισχύει $\Gamma\widehat{\text{O}}\Delta + \Gamma\widehat{\Delta}\text{O} = 90^0$. Επειδή είναι $\Gamma\widehat{\text{O}}\Delta = 60^0$, άρα $\Gamma\widehat{\Delta}\text{O} = 90^0 – 60^0$ ή $\Gamma\widehat{\Delta}\text{O} = 30^0$.

γ) Το τρίγωνο ΓΟΔ είναι ορθογώνιο (από α) ερώτημα) και η γωνία του $\Gamma\widehat{\Delta}\text{O}$ είναι ίση με 30^0 (από το β) ερώτημα), οπότε η απέναντι της πλευρά, δηλαδή η ΟΓ θα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσάς του ΟΔ, δηλαδή θα ισχύει $\text{O}\Gamma = \frac{\text{O}\Delta}{2}$ ή ΟΔ = 2ΟΓ = 2R, αφού η ΟΓ είναι ακτίνα του κύκλου.