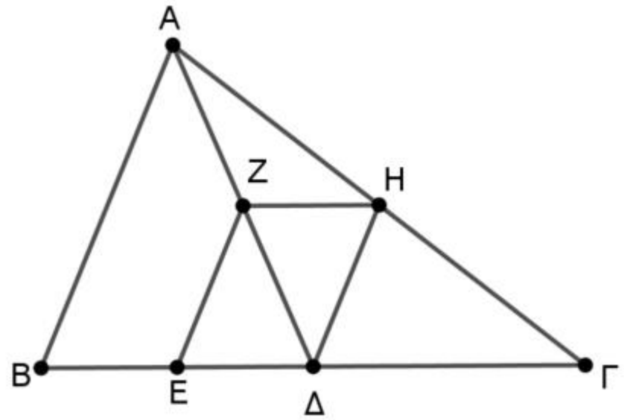

α) Το ΕΖ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΔ, άρα ΕΖ // ΑΒ και ΕΖ = $\frac{AB}{2}$ (1).

Το ΔΗ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα ΔΗ // ΑΒ και ΔΗ = $\frac{AB}{2}$ (2).

Από τις (1), (2) προκύπτει ότι ΕΖ // ΔΗ και ΕΖ = ΔΗ οπότε το ΔΕΖΗ είναι παραλληλόγραμμο αφού δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες.

β) Είναι ΖΗ, ΕΔ απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΔΕΖΗ, οπότε ΖΗ = ΕΔ = $\frac{B\Delta}{2}$.

Όμως ΒΔ = $\frac{B\Gamma}{2}$, άρα ΖΗ = ΕΔ = $\frac{\frac{B\Gamma}{2}}{2} = \frac{B\Gamma}{4}$ (3).

Το ΖΕ ενώνει τα μέσα στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα (ΖΕ // ΑΒ και) ΖΕ = $\frac{AB}{2}$ (4).

Εφόσον το ΔΕΖΗ είναι παραλληλόγραμμο, για να είναι ρόμβος αρκεί να έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες. Από τη σχέση ΖΕ = ΖΗ και από τις (3) και (4) προκύπτει ότι $\frac{AB}{2} = \frac{B\Gamma}{4} \Leftrightarrow$ ΒΓ = 2ΑΒ.

γ) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με τη γωνία $\widehat{B} = 90^o$, τότε:

Εφόσον ΔΗ // ΑΒ και ΒΓ $\perp$ ΑΒ, άρα και ΒΓ $\perp$ ΔΗ

Επομένως $H\widehat{\Delta}E = 90^o$, οπότε το παραλληλόγραμμο ΔΕΖΗ θα έχει μια ορθή γωνία και θα είναι ορθογώνιο.