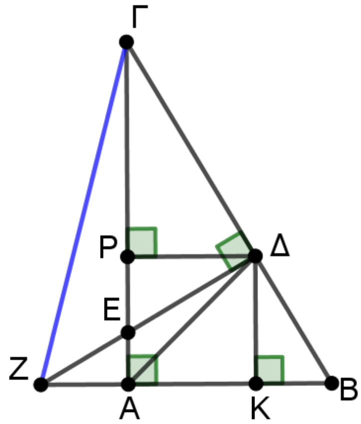

α) i) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, από το άθροισμα γωνιών τριγώνου έχουμε $\widehat{B}$ + Α$\widehat{Γ}$Β = 90ο ⇔ $\widehat{B}$ = 90ο – Α$\widehat{Γ}$Β (1). Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΓ έχουμε Δ$\widehat{Ε}$Γ + Ε$\widehat{Γ}$Δ = 90ο ⇔ Δ$\widehat{Ε}$Γ + Α$\widehat{Γ}$Β = 90ο ⇔ Δ$\widehat{Ε}$Γ = 90ο – Α$\widehat{Γ}$Β (2).

Από (1), (2) βρίσκουμε ότι $\widehat{B}$ = Δ$\widehat{Ε}$Γ (είναι συμπληρωματικές της ίδιας γωνίας).

ii) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΔΚΒ και ΔΡΕ:

- Είναι ορθογώνια, καθώς οι ΔΚ και ΔΡ είναι προβολές του Δ στις ΑΒ και ΑΓ, αντίστοιχα, από την υπόθεση.
- $\widehat{B}$ = Δ$\widehat{Ε}$Ρ από το προηγούμενο ερώτημα και
- ΔΚ = ΔΡ, διότι το Δ είναι σημείο της διχοτόμου της γωνίας Β$\widehat{Α}$Γ και κάθε σημείο της διχοτόμου ισαπέχει από τις πλευρές της ΑΒ και ΑΓ.

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, γιατί έχουν μία οξεία γωνία και μία κάθετη πλευρά αντίστοιχα ίσες, μία προς μία. Επομένως ΔΕ = ΔΒ, ως υποτείνουσές τους.

β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΔΕΓ και ΔΒΖ:

- Είναι ορθογώνια, γιατί ΔΕ ⊥ ΒΓ.
- Δ$\widehat{Ε}$Γ = $\widehat{B}$, λόγω του α)i. και
- ΔΕ = ΔΒ, λόγω του α)ii.

Άρα τα τρίγωνα ΔΕΓ και ΔΒΖ είναι ίσα, γιατί έχουν μία κάθετη πλευρά και μία οξεία γωνία αντίστοιχα, μία προς μία ίσες. Άρα ΔΓ = ΔΖ, γιατί είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες Δ$\widehat{Ε}$Γ και $\widehat{B}$ στα ίσα τρίγωνα. Άρα, το τρίγωνο ΔΓΖ είναι ισοσκελές (με βάση ΓΖ) και ορθογώνιο με Γ$\widehat{Δ}$Ζ = 90ο. Άρα Δ$\widehat{Γ}$Ζ = Δ$\widehat{Ζ}$Γ και από το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι Δ$\widehat{Γ}$Ζ + Δ$\widehat{Ζ}$Γ = 90ο. Άρα Δ$\widehat{Ζ}$Γ = Δ$\widehat{Γ}$Ζ = 45ο.