

α) Στο τρίγωνο $AB\Delta$ το AH είναι ύψος και διχοτόμος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές και το AH είναι και διάμεσος. Άρα $BH = H\Delta$. Επίσης από υπόθεση ισχύει ότι $AH = HZ$. Συνεπώς, στο τετράπλευρο $ABZ\Delta$ οι διαγώνιες του AZ , $B\Delta$ διχοτομούνται κάθετα, άρα το τετράπλευρο είναι ρόμβος.

β) Το $H\Theta$ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου $B\Delta\Gamma$, άρα

$$H\Theta // \Delta\Gamma \Leftrightarrow H\Theta // A\Delta \quad (1)$$

Επειδή το $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος ισχύει ότι $BZ // A\Delta$ (3).

Από τις (1), (3) προκύπτει ότι $H\Theta // BZ$

γ) Το $H\Theta$ ενώνει τα μέσα των πλευρών $B\Delta$ και $B\Gamma$ του τριγώνου $B\Delta\Gamma$ οπότε

$$H\Theta = \frac{\Delta\Gamma}{2} = \frac{A\Gamma - A\Delta}{2} = \frac{A\Gamma - AB}{2}$$

διότι $AB = A\Delta$ αφού $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος.

