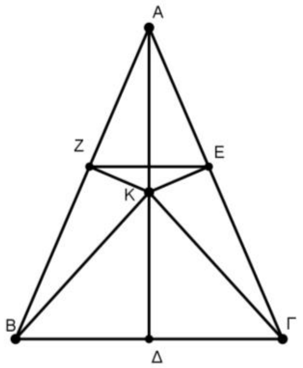
α) Η ΑΔ είναι διάμεσος ισοσκελούς τριγώνου, άρα είναι και διχοτόμος και ύψος. Επειδή το Κ ανήκει στη μεσοκάθετο του ΒΓ θα ισαπέχει από τα άκρα του, δηλαδή ΚΒ=ΚΓ, οπότε το τρίγωνο ΚΒΓ είναι ισοσκελές.

Επειδή το Κ ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας $\widehat{\mathrm{A}}$, ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας. Άρα ΖΚ = ΚΕ, οπότε το τρίγωνο ΖΚΕ είναι ισοσκελές.



β) Τα τρίγωνα ΒΖΚ και ΚΕΓ είναι ορθογώνια και έχουν:

- ΖΚ = ΚΕ, από το ερώτημα (α)
- ΚΒ = ΚΓ, από το ερώτημα (α)

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΖΚ και ΚΕΓ έχουν τις υποτείνουσες και από μία κάθετη πλευρά ίσες μία προς μία, άρα είναι ίσα. Οπότε ισχύει ΒΖ = ΓΕ.

Αφού ΑΒ = ΑΓ και ΒΖ = ΓΕ θα είναι και ΑΖ = ΑΕ. Επομένως το τρίγωνο ΑΖΕ είναι ισοσκελές και έχει $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{Z}}\mathrm{E} = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{E}}\mathrm{Z}$ (1). Από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΖΕ, έχουμε: $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{Z}}\mathrm{E} = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{E}}\mathrm{Z} = \frac{1}{2}(180^{o} - \widehat{\mathrm{A}})$

Ομοίως, από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ, έχουμε: $\widehat{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}(180^{o} - \widehat{\mathrm{A}})$.

Οπότε $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{Z}}\mathrm{E} = \widehat{\mathrm{B}}$ και επειδή οι γωνίες αυτές είναι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των ΖΕ, ΒΓ που τέμνονται από την ΑΒ, συμπεραίνουμε ότι ΖΕ // ΒΓ. Και αφού οι ΒΖ και ΓΕ δεν είναι παράλληλες, το ΒΖΕΓ είναι τραπέζιο.

Επιπλέον ισχύει ΒΖ = ΓΕ άρα το ΒΖΕΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

γ) Η απάντηση είναι ελλιπής διότι ο μαθητής έλαβε υπόψη του γωνίες που δεν είναι προσκείμενες σε κάθε πλευρά. Έπρεπε να αναφέρει ότι αφού τα δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες, θα έχουν και τις τρίτες τους γωνίες ίσες, δηλαδή $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\mathrm{B} = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma$. Οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα με το κριτήριο ΓΠΓ.