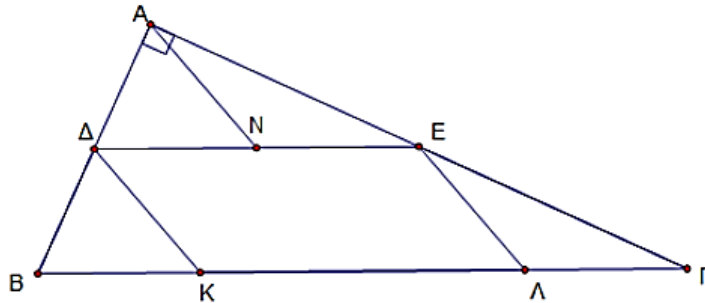


α) Στο ισοσκελές τρίγωνο ΔΚΒ είναι ΔΚ = ΚΒ οπότε  $\widehat{B\Delta K} = \widehat{B}$ .

Η γωνία  $\widehat{\Delta\kappa\lambda}$  είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΔΒΚ, άρα:  $\widehat{\Delta\kappa\lambda} = \widehat{B\Delta K} + \widehat{B} = 2\widehat{B}$ .

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΕΛΓ είναι ΕΛ = ΛΓ οπότε  $\widehat{\Lambda\epsilon\Gamma} = \widehat{\Gamma}$ .

Η γωνία  $\widehat{E\lambda\kappa}$  είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΕΛΓ, άρα:  $\widehat{E\lambda\kappa} = \widehat{\Lambda\epsilon\Gamma} + \widehat{\Gamma} = 2\widehat{\Gamma}$



β) Από το άθροισμα γωνιών του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ ισχύει ότι:  $\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 90^\circ$

Από το ερώτημα (α) ισχύει ότι:  $\widehat{\Delta\kappa\lambda} + \widehat{E\lambda\kappa} = 2\widehat{B} + 2\widehat{\Gamma} = 2(\widehat{B} + \widehat{\Gamma}) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$

Επειδή οι γωνίες  $\widehat{\Delta\kappa\lambda}$ ,  $\widehat{E\lambda\kappa}$  είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των ΔΚ, ΕΛ που τέμνονται από την ΒΓ και είναι παραπληρωματικές, προκύπτει ότι  $\Delta\kappa \parallel \epsilon\lambda$ .

Επειδή το ΔΕ ενώνει μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, ισχύει ότι

$$\Delta\epsilon \parallel \beta\gamma \Leftrightarrow \Delta\epsilon \parallel \kappa\lambda \text{ και } \Delta\epsilon = \frac{\beta\gamma}{2}$$

Στο τετράπλευρο ΔΕΛΚ οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες, άρα είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Επειδή το ΔΕΛΚ είναι παραλληλόγραμμο και  $\Delta\epsilon = \frac{\beta\gamma}{2}$  θα είναι και  $\kappa\lambda = \frac{\beta\gamma}{2}$ . Οπότε,

και για το υπόλοιπο μέρος της ΒΓ θα είναι:  $\beta\kappa + \lambda\gamma = \frac{\beta\gamma}{2}$ .

Αφού  $\beta\kappa = \kappa\delta = \lambda\epsilon = \lambda\gamma$  (δηλαδή  $\beta\kappa = \lambda\gamma$ ) θα έχουμε  $\beta\kappa = \lambda\gamma = \frac{\beta\gamma}{4}$ .

Άρα, τελικά είναι  $\Delta\kappa = \frac{\beta\gamma}{4}$  και αφού  $\Delta\epsilon = \frac{\beta\gamma}{2}$ , θα είναι  $\Delta\epsilon = 2\Delta\kappa$ .