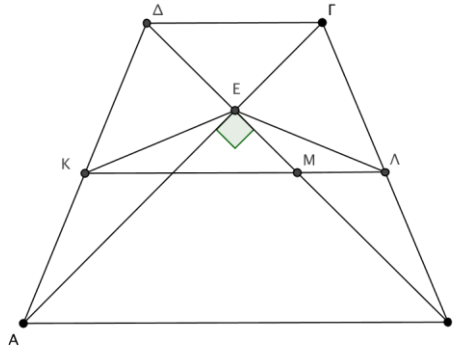


**α)** Από την ισότητα των τριγώνων  $AB\Gamma$  και  $AB\Delta$  ισχύει ότι  $\widehat{E\hat{A}B} = \widehat{E\hat{B}A}$  (1)  
 επειδή περιέχονται στις ίσες πλευρές ( $AB = A\Gamma$ ,  $BA = B\Delta$ ) των δύο τριγώνων  
 και  $A\Delta = B\Gamma$  (2).

Οπότε το τρίγωνο  $AEB$  είναι ισοσκελές λόγω της (1). Συνεπώς  $AE = EB$ .

Έχουμε  $B\Delta = AB = A\Gamma$ . Επομένως  $E\Delta = B\Delta - EB = A\Gamma - AE = E\Gamma$



**β)** Το τρίγωνο  $\Delta E\Gamma$  είναι ορθογώνιο και ισοσκελές αφού  $\Gamma E = \Delta E$ , οπότε:

$$\widehat{\Gamma\hat{\Delta}E} = 45^\circ$$

Το τρίγωνο  $AEB$  είναι ορθογώνιο και ισοσκελές αφού  $EA = EB$ , οπότε:

$$\widehat{A\hat{B}\Delta} = 45^\circ$$

Άρα οι ευθείες  $AB$  και  $\Delta\Gamma$  οι οποίες τέμνονται από την  $B\Delta$  σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες τους  $\widehat{\Gamma\hat{\Delta}E}$  και  $\widehat{A\hat{B}\Delta}$  ίσες, οπότε  $\Delta\Gamma \parallel AB$ .

**γ)** Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $\Delta EA$  η  $EK$  είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα  $A\Delta$ , οπότε:  $EK = \frac{A\Delta}{2}$

Όμοια, στο ορθογώνιο τρίγωνο  $\Gamma EB$  η  $E\Lambda$  είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, οπότε:  $E\Lambda = \frac{B\Gamma}{2}$

Όμως  $A\Delta = B\Gamma$ , άρα  $EK = E\Lambda$ , οπότε το τρίγωνο  $EKL$  είναι ισοσκελές.

Στο τρίγωνο  $A\Delta B$  φέρουμε από το μέσο  $K$  του  $A\Delta$  ευθεία παράλληλη στην  $AB$  η οποία τέμνει την  $\Delta B$  στο μέσο της  $M$ . Το τμήμα  $M\Lambda$  ενώνει τα μέσα των πλευρών  $\Delta B$  και  $B\Gamma$  του τριγώνου  $\Delta\Gamma B$  οπότε  $M\Lambda \parallel \Delta\Gamma$ , άρα και  $M\Lambda \parallel AB$  και επειδή από το  $M$  διέρχεται μοναδική παράλληλη στην  $AB$  προκύπτει ότι τα σημεία  $K, M, \Lambda$  είναι συνευθειακά. Επομένως  $K\Lambda \parallel AB$ .