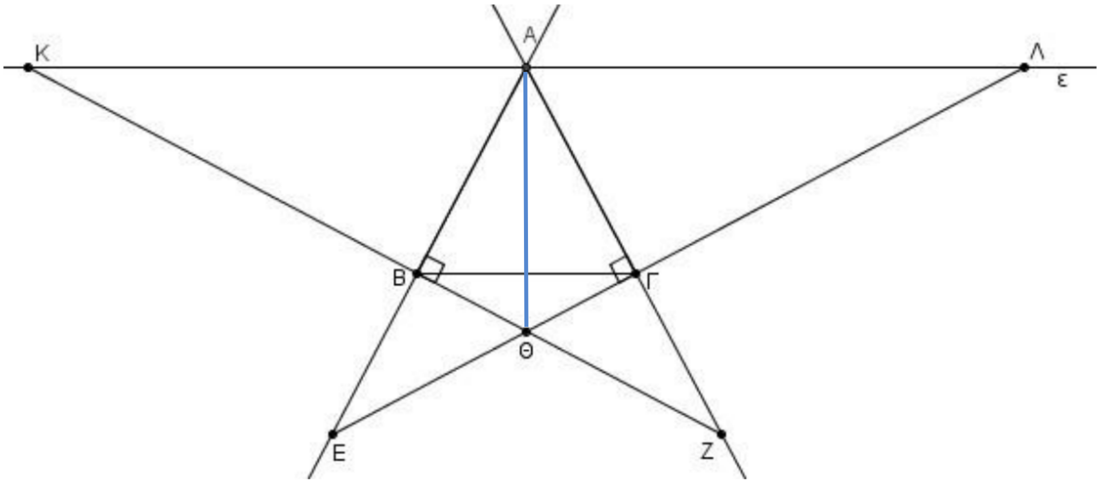

α) i. Τα τρίγωνα ΑΒΖ και ΑΓΕ:

- Είναι ορθογώνια, γιατί ΑΒ $\perp$ ΚΖ και ΑΓ $\perp$ ΕΛ.
- Έχουν την $\widehat{\mathrm{A}}$ κοινή γωνία.
- Έχουν ΑΒ = ΑΓ, γιατί το ΑΒΓ είναι ισοσκελές τρίγωνο.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, ως ορθογώνια που έχουν μία κάθετη πλευρά και μία οξεία γωνία, μία προς μία ίσες. Άρα ισχύει ΑΕ = ΑΖ (ίσες υποτείνουσες).

ii. Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΓΛ:

- Είναι ορθογώνια, γιατί ΑΒ $\perp$ ΚΖ και ΑΓ $\perp$ ΕΛ.
- ΑΒ = ΑΓ, γιατί το ΑΒΓ είναι ισοσκελές τρίγωνο.
- Β$\widehat{\mathrm{A}}$Κ = Γ$\widehat{\mathrm{A}}$Λ, γιατί η (ε) είναι εξωτερική διχοτόμος της $\widehat{\mathrm{A}}$, άρα Β$\widehat{\mathrm{A}}$Κ = Γ$\widehat{\mathrm{A}}$Λ = $\frac{\widehat{A_{\varepsilon\xi}}}{2}$.

Άρα τα τρίγωνα ΕΑΛ και ΚΑΖ είναι ίσα, ως ορθογώνια που έχουν μία κάθετη πλευρά και μία οξεία γωνία, μία προς μία ίσες. Οπότε και ΑΚ = ΑΛ (οι υποτείνουσές τους).

β) Από την προηγούμενη ισότητα τριγώνων, προκύπτει ότι $\widehat{\mathrm{K}} = \widehat{\Lambda}$ (ως απέναντι γωνίες από τις ίσες κάθετες πλευρές ΑΒ και ΑΓ) οπότε το τρίγωνο ΘΚΛ είναι ισοσκελές με ΘΚ = ΘΛ. Επίσης, ΒΚ = ΓΛ.

Άρα ΘΚ – ΒΚ = ΘΛ – ΓΛ ή ΒΘ = ΘΓ.

Επειδή τα ίσα ευθύγραμμα τμήματα ΒΘ, ΘΓ είναι οι αποστάσεις του Θ από τις πλευρές της γωνίας $\widehat{\mathrm{A}}$, το Θ ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας $\widehat{\mathrm{A}}$. Επομένως η ΑΘ είναι διχοτόμος της $\widehat{\mathrm{A}}$.