α) Επειδή η Βδ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B}$, ισχύει ότι: $\Gamma\widehat{B}Z = A\widehat{B}Z = 30^o$.

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, βρίσκουμε:

$\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 90^o \Leftrightarrow 60^o + \widehat{\Gamma} = 90^o \Leftrightarrow \widehat{\Gamma} = 30^o$.

Επειδή $\Gamma\widehat{B}Z = \widehat{\Gamma} = 30^o$, το τρίγωνο ΒΖΓ είναι ισοσκελές με ΓΖ = ΒΖ (1).

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΖ η ΑΜ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $AM = \frac{BZ}{2} = MZ$.

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΒΑΖ, βρίσκουμε:

$A\widehat{B}Z + B\widehat{Z}A = 90^o \Leftrightarrow 30^o + B\widehat{Z}A = 90^o \Leftrightarrow B\widehat{Z}A = 60^o$.

Οπότε το τρίγωνο ΑΜΖ είναι ισόπλευρο και ΑΜ = ΜΖ = ΑΖ (2).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\widehat{\Gamma} = 30^o$, άρα $AB = \frac{B\Gamma}{2} = BK$.

Από το α), το ΒΖΓ είναι ισοσκελές, άρα η ΚΖ ως διάμεσος της βάσης του, ΒΓ, είναι και ύψος του, επομένως $KZ \perp B\Gamma$.

Επειδή το Ζ είναι σημείο της διχοτόμου της γωνίας Β οι αποστάσεις του ΚΖ και ΑΖ από τις πλευρές της γωνίας θα είναι ίσες, δηλαδή ΚΖ = ΑΖ (3).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΚΖ το ΚΜ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του, άρα $KM = \frac{BZ}{2} = MZ$ (4).

Από τις (2), (3), (4) το τετράπλευρο ΑΜΚΖ έχει τις πλευρές του ίσες και συνεπώς είναι ρόμβος.

γ) Είναι: $AZ = MZ = \frac{BZ}{2}$ και ΒΖ = ΖΓ.

Άρα $AZ = \frac{Z\Gamma}{2} \Leftrightarrow \Gamma Z = 2ZA$.

δ) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΖΑ και ΓΖΛ έχουν:

ΓΖ = ΖΒ

$\Gamma\widehat{Z}\Lambda = B\widehat{Z}A$, ως κατακορυφήν

Δηλαδή τα τρίγωνα έχουν ίσες υποτείνουσες και μία οξεία γωνία ίση οπότε είναι ίσα, οπότε έχουν και ΖΑ = ΖΛ (5) διότι είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\widehat{B}Z$ και $Z\widehat{\Gamma}\Lambda$.

Από τις σχέσεις (1), (5) προκύπτει:

$\Gamma Z + ZA = ZB + Z\Lambda \Leftrightarrow A\Gamma = B\Lambda$.