

α) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ισχύει ότι  $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ .

$$\text{Είναι: } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 120^\circ + 2\widehat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B} = 30^\circ = \widehat{\Gamma}.$$

$$\text{Είναι: } \widehat{A} = 120^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\hat{A}\Delta} + 90^\circ = 120^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\hat{A}\Delta} = 30^\circ.$$

Άρα  $\widehat{B\hat{A}\Delta} = \widehat{B}$  οπότε το τρίγωνο ΑΔΒ είναι ισοσκελές με  $A\Delta = B\Delta$  (1).

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ είναι  $\widehat{\Gamma} = 30^\circ$ , άρα η απέναντι κάθετη πλευρά ισούται με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή:

$$A\Delta = \frac{\Delta\Gamma}{2} \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} B\Delta = \frac{\Delta\Gamma}{2} \Leftrightarrow \Delta\Gamma = 2B\Delta.$$

γ) Είναι:  $\Delta\Gamma = 2B\Delta$  και Κ μέσο ΔΓ άρα  $\Delta\Gamma = 2\Delta\text{Κ}$  οπότε  $\Delta\text{Κ} = B\Delta$ .

Άρα το Δ είναι μέσο της ΒΚ. Στο ΑΒΚ, το ΛΔ ενώνει τα μέσα των ΑΒ και ΒΚ οπότε  $\Lambda\Delta \parallel \text{ΑΚ}$ .

δ) Το ΛΔ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΚ στο τρίγωνο ΑΒΓ άρα

$$\Lambda\Delta = \frac{\text{ΑΚ}}{2} \Leftrightarrow \text{ΑΚ} = 2\Lambda\Delta$$