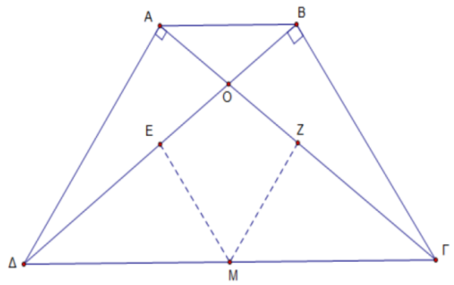

α) Το ΜΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΔΒΓ, οπότε ΕΜ = $\frac{ΒΓ}{2}$

Το ΖΜ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΓΑΔ, άρα ΜΖ // ΑΔ και ΜΖ = $\frac{ΑΔ}{2}$

Επίσης, το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο οπότε ισχύει ότι ΒΓ = ΑΔ .

Οπότε προκύπτει ότι ΜΕ = ΜΖ .

β) Είναι ΜΖ // ΑΔ και ΑΔ $\perp$ ΑΓ άρα είναι και ΜΖ $\perp$ ΑΓ.

γ) Τα τρίγωνα ΜΔΕ και ΜΖΓ έχουν:

- ΜΕ =ΜΖ, από το ερώτημα (α)
- ΜΔ = ΜΓ, διότι Μ μέσο του ΓΔ
- ΔΕ = $\frac{ΔΒ}{2} = \frac{ΑΓ}{2}$ = ΖΓ, διότι οι ΑΓ, ΒΔ είναι διαγώνιες του ισοσκελούς τραπεζίου.

Σύμφωνα με το κριτήριο ισότητας Π – Π – Π, τα τρίγωνα είναι ίσα.

δ) Επειδή τα τρίγωνα ΜΔΕ και ΜΖΓ είναι ίσα έχουν και

$Ο\hat{Δ}Γ = Ο\hat{Γ}Δ$ διότι είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΜΕ, ΜΖ αντίστοιχα.

Άρα το τρίγωνο ΟΔΓ είναι ισοσκελές και ισχύει ΟΔ = ΟΓ. Τότε:

ΟΔ = ΟΓ $\Leftrightarrow$ ΟΕ + ΕΔ = ΟΖ + ΖΓ $\Leftrightarrow$ ΟΕ = ΟΖ

Επίσης ισχύει ΜΕ=ΜΖ, λόγω του ερωτήματος (α) . Άρα ΟΕ = ΟΖ και ΜΕ = ΜΖ οπότε η ΟΜ είναι μεσοκάθετος του ΕΖ.