



α) Επειδή το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται, άρα το O είναι μέσο των AG, BD. Επίσης $OE \perp AG$ από υπόθεση. Άρα στο τρίγωνο AEG το OE είναι ύψος και διάμεσος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Είναι: $BΓ = AΔ = ΔE$ και $BΓ \parallel AΔ \Leftrightarrow BΓ \parallel ΔE$

Άρα στο τετράπλευρο BΓEΔ δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Ισχύουν τα εξής:

- $OD = OB$, διότι οι διαγώνιες του παραλληλογράμμου ABΓΔ διχοτομούνται.
- $AΔ = BΓ$, διότι οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ABΓΔ είναι ίσες.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο AOE η OD είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα:

$$OD = \frac{AE}{2} = \frac{2AΔ}{2} = AΔ \Leftrightarrow OB = BΓ$$

Οπότε το τρίγωνο BOΓ είναι ισοσκελές.