

α) Επειδή $AD = AB$, το τρίγωνο ADB είναι ισοσκελές οπότε το ύψος AE είναι και διάμεσος, δηλαδή το E είναι μέσο της BD . Όμοια, επειδή $AB = BG$, το τρίγωνο ABG είναι ισοσκελές οπότε το ύψος BZ είναι και διάμεσος, δηλαδή το Z είναι μέσο της AG .

β) Τα τρίγωνα ABE και ABZ είναι ορθογώνια, αφού από υπόθεση είναι $AE \perp BD$ και $BZ \perp AG$, και έχουν:

- AB κοινή πλευρά
- $AZ = AE$, ως μισά των ίσων διαγωνίων AG, BD του ισοσκελούς τραpezίου.

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ABE και ABZ είναι ίσα γιατί έχουν την υποτείνουσα και μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία. Οπότε έχουν και τις άλλες κάθετες πλευρές τους ίσες, δηλαδή $AE = BZ$ (1).

γ) Τα σημεία E και Z είναι μέσα των διαγωνίων του τραpezίου $ABGD$, άρα θα ισχύει ότι $EZ \parallel AB \parallel GD$.

Επειδή είναι $\widehat{A\hat{E}Z} = 90^\circ + \widehat{B\hat{E}Z}$ και $\widehat{B\hat{Z}E} = 90^\circ + \widehat{A\hat{Z}E}$ θα είναι $\widehat{A\hat{E}Z} + \widehat{B\hat{Z}E} > 180^\circ$. Επομένως, οι AE και BZ δεν είναι παράλληλες. Άρα, το τετράπλευρο $AEZB$ είναι τραπέζιο γιατί έχει μόνο δυο πλευρές του παράλληλες.

Επειδή είναι $AE = BZ$ (λόγω της (1)) προκύπτει ότι το τραπέζιο $AEZB$ είναι ισοσκελές.

δ) Επειδή το τρίγωνο ADB είναι ισοσκελές με βάση την BD , ισχύει ότι:

$$\widehat{A\hat{D}B} = \widehat{A\hat{B}D} \quad (2)$$

Ισχύει επίσης ότι $\widehat{A\hat{B}D} = \widehat{B\hat{D}G}$ (3) ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων AB, GD που τέμνονται από την BD .

Άρα από τις (2), (3) προκύπτει ότι $\widehat{A\hat{D}B} = \widehat{B\hat{D}G}$, δηλαδή η BD είναι διχοτόμος της γωνίας \widehat{D} .