



α) Αφού το AK είναι ύψος στο τρίγωνο ABΓ, άρα το AD είναι κάθετο στο ΒΓ.

Αφού είναι $AK = KΔ$, άρα το K είναι μέσο του AΔ.

Οπότε, στο τρίγωνο ABΔ το BK είναι ύψος και διάμεσος στην πλευρά AΔ. Άρα το τρίγωνο ABΔ είναι ισοσκελές με βάση την AΔ και ίσες πλευρές τις BA και BΔ.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο AKB το KΛ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα BA, άρα είναι $KΛ = \frac{BA}{2}$ (1).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο BKΔ το KN είναι διάμεσος στην υποτείνουσα BΔ, άρα είναι $KN = \frac{BΔ}{2}$ (2).

Επειδή τα Λ, N είναι μέσα των BA, BΔ αντίστοιχα, θα είναι $BΛ = \frac{BA}{2}$ (3) και $BN = \frac{BΔ}{2}$ (4)

Επειδή το τρίγωνο ABΔ είναι ισοσκελές με $BA = BΔ$ (από α) ερώτημα) τότε από τις σχέσεις (1), (2), (3) και (4) θα είναι $KΛ = ΛB = BN = NK$. Οπότε, το τετράπλευρο BΛKN είναι ρόμβος γιατί έχει όλες του τις πλευρές ίσες.

γ) Οι LN και BK είναι διαγώνιοι του ρόμβου BΛKN, άρα είναι κάθετες, δηλαδή $LN \perp BK$, οπότε θα είναι $LN \perp BΓ$.

Αφού το LM ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ABΓ, τότε είναι $LM \parallel BΓ$.

Οπότε, αφού LM, BΓ παράλληλες μεταξύ τους και η LN είναι κάθετη στην μία από αυτές, την BΓ, τότε η LN θα είναι κάθετη και στην άλλη, δηλαδή $LN \perp LM$.