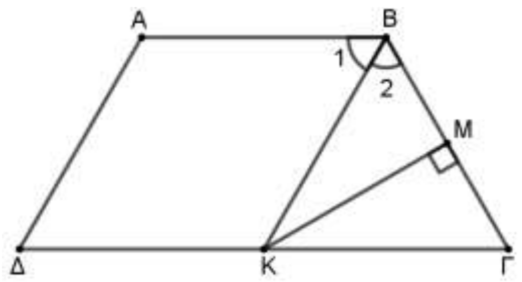

α) Οι γωνίες $\widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$ είναι παραπληρωματικές ως εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από τη ΒΓ. Άρα $\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^o$.

Επειδή από την υπόθεση έχουμε ότι $\widehat{B} = 2\widehat{\Gamma}$, τότε $3\widehat{\Gamma} = 180^o \Leftrightarrow \widehat{\Gamma} = 60^o$. Άρα $\widehat{B} = 120^o$. Το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο οπότε οι γωνίες που είναι προσκείμενες σε κάθε του βάση είναι ίσες, άρα $\widehat{A} = \widehat{B} = 120^o$ και $\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma} = 60^o$.

β) i. Επειδή η ΒΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B}$, είναι $A\widehat{B}K = K\widehat{B}\Gamma = 60^o$. Στο τρίγωνο ΒΚΓ δύο γωνίες του είναι ίσες με 60^o οπότε και $B\widehat{K}\Gamma = 60^o$, δηλαδή το τρίγωνο είναι ισόπλευρο, επομένως ΚΒ = ΚΓ = ΒΓ.

Επειδή $B\Gamma = AB = A\Delta = \frac{\Gamma\Delta}{2}$ από υπόθεση θα είναι και ΔΚ = ΚΒ = ΑΒ = ΑΔ, οπότε το τετράπλευρο ΑΒΚΔ είναι ρόμβος γιατί έχει τις πλευρές του ίσες.

ii. Το τρίγωνο ΚΒΓ είναι ισόπλευρο και το ΚΜ είναι ύψος του αφού $KM \perp B\Gamma$, άρα θα είναι και διάμεσος της πλευράς ΒΓ, συνεπώς το Μ είναι μέσο του ΒΓ.