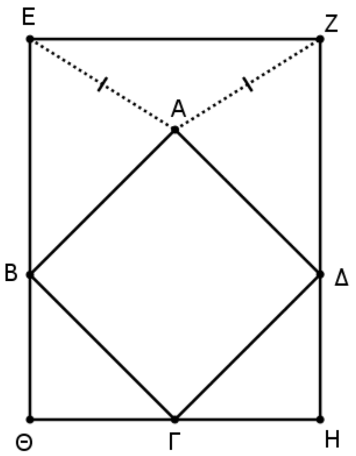
α) i. Τα τρίγωνα ΕΑΒ και ΖΑΔ είναι ίσα γιατί έχουν:

- ΕΑ =ΑΖ, διότι το Α είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ΕΖ.
- $A\hat{E}B = A\hat{Z}\Delta$, διότι $\hat{E} = \hat{Z} = 90^o$ και $A\hat{E}Z = A\hat{Z}E$ αφού το ΑΖΕ τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- $E\hat{B}A = A\hat{\Delta}Z = 45^o$ ως γωνίες πρόσπτωσης, $E\hat{A}B = Z\hat{A}\Delta$ αφού τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΖΔ έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, οπότε και οι τρίτες τους γωνίες θα είναι ίσες.

Σύμφωνα με το κριτήριο Γ – Π – Γ τα τρίγωνα ΕΑΒ και ΖΑΔ είναι ίσα.

ii. Επειδή τα τρίγωνα ΕΑΒ και ΖΑΔ είναι ίσα, είναι και ΑΒ=ΑΔ αφού είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\hat{E}B$, $A\hat{Z}\Delta$.



Οι γωνίες πρόσκρουσης και ανάκλασης είναι 45^o, οπότε ισχύει ότι:

$A\hat{B}E = \Theta\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Theta = \Delta\hat{\Gamma}H = H\hat{\Delta}\Gamma = A\hat{\Delta}Z = 45^o$

Άρα

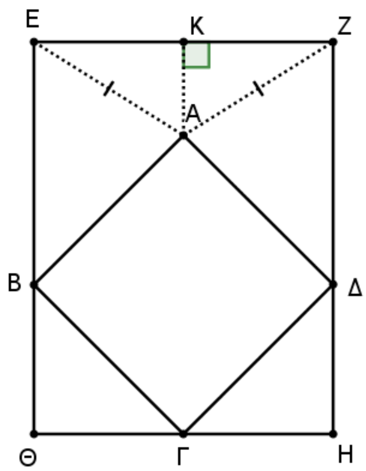
$A\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Delta = \Gamma\hat{\Delta}A = 90^o$

Επομένως το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο.

Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες, επομένως είναι τετράγωνο.

β) Έστω ΑΚ η απόσταση του Α από την πλευρά ΕΖ. Είναι

$AZ = 2AK \Leftrightarrow AK = \frac{AZ}{2}$



Άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΚΖ μια κάθετη πλευρά ισούται με το μισό της υποτείνουσας, επομένως η απέναντι γωνία από την πλευρά αυτή είναι 30^o, δηλαδή $A\hat{Z}K = 30^o$.

Επειδή το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές με βάση την ΕΖ, ισχύει ότι: $A\hat{Z}K = A\hat{E}Z = 30^o$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΕΖ, έχουμε:

$E\hat{A}Z + A\hat{E}Z + A\hat{Z}K = 180^o \Leftrightarrow E\hat{A}Z + 30^o + 30^o = 180^o \Leftrightarrow E\hat{A}Z = 120^o$