

**α)** Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου

ABΔ βρίσκουμε:

$$\widehat{B\Delta A} + \widehat{B} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\Delta A} + 60^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\Delta A} = 30^\circ \Leftrightarrow$$

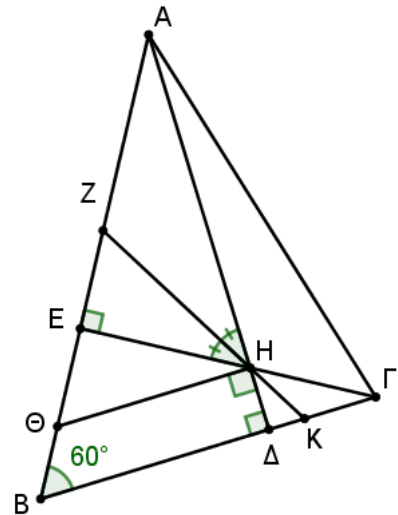
$$\Leftrightarrow \widehat{E\Delta H} = 30^\circ (1)$$

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τρίγωνο AEH έχουμε:

$$\widehat{E\Delta H} + \widehat{E\Delta A} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{E\Delta H} + 30^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{E\Delta H} = 60^\circ$$

Επειδή η ZH είναι διχοτόμος της γωνίας AĤE, είναι  $\widehat{E\Delta Z} = 30^\circ$ , οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο EZH ισχύει ότι

$$EZ = \frac{ZH}{2} \Leftrightarrow ZH = 2EZ$$



**β)** Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου AΘH έχουμε:

$$\widehat{B\Delta A} + \widehat{A\Theta H} = 90^\circ \Leftrightarrow 30^\circ + \widehat{A\Theta H} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{A\Theta H} = 60^\circ$$

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου EHΘ έχουμε:

$$\widehat{E\Theta H} + \widehat{E\Delta H} = 90^\circ \Leftrightarrow 60^\circ + \widehat{E\Delta H} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{E\Delta H} = 30^\circ$$

Επειδή  $\widehat{E\Delta H} = \widehat{E\Delta Z} = 30^\circ$ , η HE είναι διχοτόμος του τριγώνου ΘHZ και επειδή είναι και ύψος, το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Όμως  $\widehat{A\Theta H} = 60^\circ$ , οπότε το τρίγωνο ΘHZ είναι ισόπλευρο.

**γ)** Είναι  $\Theta H \perp A\Delta$  και  $BK \perp A\Delta$ , οπότε  $\Theta H \parallel BK$ . Οι ΘB και HΔ τέμνονται στο A, άρα δεν είναι παράλληλες. Άρα το ΘHKB είναι τραπέζιο.

Επίσης,  $\widehat{\Delta H K} = \widehat{A\Delta Z} = 30^\circ$  ως κατακορυφήν.

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου HΔK είναι:

$$\widehat{\Delta H K} + \widehat{H\Delta K} = 90^\circ \Leftrightarrow 30^\circ + \widehat{H\Delta K} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{H\Delta K} = 60^\circ$$

Επειδή  $\widehat{H\Delta K} = \widehat{B} = 60^\circ$ , οι γωνίες που αντιστοιχούν στη βάση BK του τραπέζιου είναι ίσες, οπότε το τραπέζιο είναι ισοσκελές.