



Για διευκόλυνση της διατύπωσης της λύσης, παίρνουμε δύο σημεία Γ και Ε στις ευθείες (ε) και (ζ), αντίστοιχα.

α) Οι γωνίες $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ και $\widehat{A\hat{B}E}$ ως εντός και επί τα αυτά μέρη, των παραλλήλων (ε) και (ζ) με τέμνουσα την ΑΒ, είναι παραπληρωματικές.

Επίσης οι ΑΔ, ΒΔ είναι οι διχοτόμοι των ίδιων γωνιών, $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ και $\widehat{A\hat{B}E}$, αντίστοιχα.

Άρα, λόγω των παραπάνω ισχύει ότι $\widehat{B\hat{A}\Delta} + \widehat{A\hat{B}\Delta} = \frac{\widehat{B\hat{A}\Gamma}}{2} + \frac{\widehat{A\hat{B}E}}{2} = \frac{\widehat{B\hat{A}\Gamma} + \widehat{A\hat{B}E}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

Από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΔΒ βρίσκουμε:

$$\widehat{B\hat{A}\Delta} + \widehat{A\hat{B}\Delta} + \widehat{B\hat{D}A} = 180^\circ \Leftrightarrow 90^\circ + \widehat{B\hat{D}A} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\hat{D}A} = 90^\circ$$

β) Από το α), το τρίγωνο ΑΔΒ είναι ορθογώνιο, με ορθή την $\widehat{B\hat{D}A}$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ η ΔΜ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $\Delta M = \frac{AB}{2} = MA$.

Επομένως το τρίγωνο ΑΜΔ είναι ισοσκελές και οι γωνίες που αντιστοιχούν στη βάση του ΑΔ είναι ίσες, δηλαδή $\widehat{M\hat{A}\Delta} = \widehat{M\hat{D}A}$ (1).

Η γωνία $\widehat{B\hat{M}\Delta}$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΑΜΔ, οπότε:

$$\widehat{B\hat{M}\Delta} = \widehat{M\hat{D}A} + \widehat{M\hat{A}\Delta} \quad (2).$$

Από τις ισότητες (1) και (2) προκύπτει ότι $\widehat{B\hat{M}\Delta} = 2\widehat{M\hat{D}A}$.

γ) Από την υπόθεση η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$, επομένως $\widehat{\Gamma\hat{A}B} = 2\widehat{M\hat{D}A}$.

Από την (1) έχουμε ότι $\widehat{\Gamma\hat{A}B} = 2\widehat{M\hat{D}A}$ (3).

Επομένως, από το β) και την ισότητα (3) έχουμε ότι $\widehat{\Gamma\hat{A}B} = \widehat{B\hat{M}\Delta}$. Άρα οι ευθείες ΜΔ και (ε) σχηματίζουν δύο εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες ίσες, επομένως $M\Delta \parallel \epsilon$.