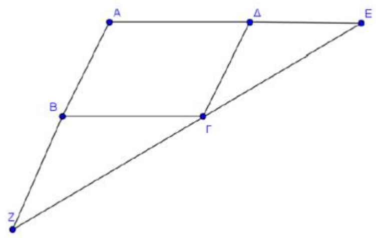

α) i. Επειδή ΒΖ = ΒΓ, το τρίγωνο ΒΖΓ είναι ισοσκελές άρα $B\hat{\Gamma}Z = B\hat{Z}\Gamma$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΒΓΖ έχουμε:

$\Gamma\hat{B}Z + B\hat{\Gamma}Z + B\hat{Z}\Gamma = 180^o \Leftrightarrow 180^o - \hat{B} + 2B\hat{\Gamma}Z = 180^o \Leftrightarrow B\hat{\Gamma}Z = \dfrac{\hat{B}}{2}$.

Το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ισοσκελές διότι ΔΕ = ΔΓ οπότε $\Delta\hat{\Gamma}E = \Delta\hat{E}\Gamma$.

Από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΓΔΕ, έχουμε:

$\Delta\hat{\Gamma}E + \Delta\hat{E}\Gamma + E\hat{\Delta}\Gamma = 180^o \Leftrightarrow 2\Delta\hat{\Gamma}E + 180^o - \hat{\Delta} = 180^o \Leftrightarrow \Delta\hat{\Gamma}E = \dfrac{\hat{\Delta}}{2}$

Επειδή $\hat{B} = \hat{\Delta}$, ως απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου, έχουμε $B\hat{\Gamma}Z = \Delta\hat{\Gamma}E$.

ii. Η $A\hat{B}\Gamma$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΒΖΓ οπότε $A\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}Z + B\hat{\Gamma}Z \Leftrightarrow A\hat{B}\Gamma = 2B\hat{\Gamma}Z$

Είναι: $Z\hat{\Gamma}E = B\hat{\Gamma}Z + B\hat{\Gamma}\Delta + \Delta\hat{\Gamma}E \Leftrightarrow Z\hat{\Gamma}E = 2B\hat{\Gamma}Z + B\hat{\Gamma}\Delta \Leftrightarrow Z\hat{\Gamma}E = A\hat{B}\Gamma + B\hat{\Gamma}\Delta \Leftrightarrow$

$Z\hat{\Gamma}E = A\hat{B}\Gamma + B\hat{\Gamma}\Delta \Leftrightarrow Z\hat{\Gamma}E = 180^o$ διότι οι γωνίες $A\hat{B}\Gamma$ και $B\hat{\Gamma}\Delta$ είναι παραπληρωματικές. Άρα τα σημεία Ζ,Γ,Ε είναι συνευθειακά.

β) Το λάθος οφείλεται στο συλλογισμό ότι χρησιμοποιήθηκε ως δεδομένο ότι τα Ζ,Γ,Ε είναι συνευθειακά και αξιοποιήθηκε για να αποδείξουμε ότι οι γωνίες $B\hat{\Gamma}Z$ και $\Delta\hat{E}\Gamma$ είναι ίσες.