

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  και στην προέκταση της  $A\Delta$  θεωρούμε σημείο  $E$  τέτοιο ώστε  $\Delta E = \Delta\Gamma$  ενώ στην προέκταση της  $AB$  θεωρούμε σημείο  $Z$  τέτοιο ώστε  $BZ = B\Gamma$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i.  $\hat{B}\hat{\Gamma}Z = \hat{\Delta}\hat{\Gamma}E$ . (Μονάδες 10)

ii. τα σημεία  $Z, \Gamma, E$  είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)

β) Ένας μαθητής για να αποδείξει ότι τα σημεία  $Z, \Gamma, E$  είναι συνευθειακά ανέπτυξε τον παρακάτω συλλογισμό. « Έχουμε:

$\hat{B}\hat{\Gamma}Z = \hat{\Delta}\hat{\Gamma}E$  (ως εντός εκτός και επι τα αυτά μέρη των παραλλήλων  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  που τέμνονται από τη  $Z\Gamma$ ) και

$\hat{B}\hat{\Gamma}\Delta = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}E$  (ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  που τέμνονται από την  $\Delta\Gamma$ ).

Όμως  $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}E + \hat{\Gamma}\hat{\Delta}E + \hat{\Delta}\hat{\Gamma}\Delta = 180^\circ$  (ως άθροισμα των γωνιών του τριγώνου  $\Delta\Gamma E$ ). Άρα σύμφωνα με τα προηγούμενα:  $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}E + \hat{B}\hat{\Gamma}\Delta + \hat{B}\hat{\Gamma}Z = 180^\circ$ . Οπότε τα σημεία  $Z, \Gamma, E$  είναι συνευθειακά.»

Όμως ο καθηγητής υπέδειξε ένα λάθος στο συλλογισμό αυτό. Να βρείτε το λάθος στο συγκεκριμένο συλλογισμό. (Μονάδες 5)

