



α) Στο τετράπλευρο ABΓΔ οι διαγώνιές του διχοτομούνται, αφού M μέσο του BΓ και $AM = ML$ από υπόθεση. Άρα είναι παραλληλόγραμμο και $ΓΛ = AB$. Επίσης $AE = AB$ γιατί είναι πλευρές τετραγώνου, άρα $ΓΛ = AE$.

β) Είναι $\widehat{EAB} = \widehat{HAG} = 90^\circ$, οπότε ισχύει ότι

$$\widehat{EAH} + \widehat{BAG} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{EAH} = 180^\circ - \widehat{BAG}$$

Το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο και οι γωνίες \widehat{BAG} και \widehat{AHL} είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την AG. Άρα είναι παραπληρωματικές, δηλαδή $\widehat{BAG} + \widehat{AHL} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{AHL} = 180^\circ - \widehat{BAG}$.

Οπότε $\widehat{AHL} = \widehat{EAH}$.

γ) Τα τρίγωνα EAH και AΓΛ έχουν:

- $AG = AH$, ως πλευρές του τετραγώνου AΓZH
- $ΓΛ = AE$, όπως αποδείξαμε στο (α) ερώτημα
- $\widehat{AHL} = \widehat{EAH}$, όπως αποδείξαμε στο (β) ερώτημα

Σύμφωνα το κριτήριο Π-Γ-Π, τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε έχουν και $\widehat{PHA} = \widehat{GAL}$ διότι βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές AE, ΓΛ αντίστοιχα. Ισχύει ότι:

$$\widehat{PAH} + \widehat{HAG} + \widehat{LAG} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{PAH} + 90^\circ + \widehat{PHA} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{PAH} + \widehat{PHA} = 90^\circ.$$

Άρα το τρίγωνο PAH είναι ορθογώνιο στο P οπότε $MA \perp EH$.