



**α)** Στο τρίγωνο ABZ το AE είναι ύψος και διάμεσος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Άρα  $AB = AZ$ .

Επίσης ισχύει ότι  $AB = \Gamma\Delta$  ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ABΓΔ, άρα και  $\Gamma\Delta = AZ$ .

Επειδή  $A\Delta // B\Gamma$  είναι και  $A\Delta // Z\Gamma$ . Η AZ τέμνει την ΓΔ, αφού τέμνει την παράλληλη της AB. Άρα το AZΓΔ έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες οπότε είναι τραπέζιο.

Το τραπέζιο AZΓΔ έχει  $AZ = B\Gamma$  οπότε είναι ισοσκελές.

**β)** Είναι  $\widehat{A\Delta\Gamma} = \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 70^\circ$  ως απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου ABΓΔ.

Επειδή οι γωνίες  $\widehat{B}$ ,  $\widehat{\Gamma}$  είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την ΒΓ, είναι παραπληρωματικές, δηλαδή:

$$\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 70^\circ + \widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{\Gamma} = 110^\circ$$

Επειδή το AZΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο, οι γωνίες της βάσης είναι ίσες, δηλαδή:

$$\widehat{AZ\Gamma} = \widehat{\Gamma} = 110^\circ \text{ και } \widehat{Z\hat{A}\Delta} = \widehat{\Delta} = 70^\circ$$

**γ)** Το EM ενώνει τα μέσα των πλευρών του τριγώνου ΒΔΖ, άρα

$$EM = \frac{\Delta Z}{2}$$

Επίσης, οι διαγώνιοι του ισοσκελούς τραπεζίου AZΓΔ είναι ίσες, οπότε

$$\Delta Z = A\Gamma$$

$$\text{Άρα } EM = \frac{A\Gamma}{2}.$$