

α) Το  $KM$  ενώνει τα μέσα των πλευρών  $AD$  και  $BG$  στο τρίγωνο  $ΓΔB$ , οπότε:  $KM // AB$

και  $KM = \frac{AB}{2}$  και επειδή το  $N$  είναι μέσο του  $DB$  είναι  $KM // DN$  και  $KM = DN$ .

Άρα το τετράπλευρο  $KMND$  έχει τις απέναντι πλευρές του  $KM$  και  $DN$  ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

β) Επειδή  $KM // DN$  είναι και  $KM // AN$ .

Το  $MN$  ενώνει τα μέσα των πλευρών  $BΓ$  και  $BD$  στο τρίγωνο  $BΓD$  άρα  $MN // ΓD$ . Η  $AK$  τέμνει την  $ΓD$  (στο  $K$ ) άρα θα τέμνει και την παράλληλή της  $MN$ . Συνεπώς το  $AKMN$  είναι τραπέζιο.

Η  $AK$  είναι διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AΓD$  που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, άρα  $AK = \frac{ΓD}{2}$  και επειδή  $K$  μέσο του  $ΔΓ$  είναι  $KD = \frac{ΓD}{2}$  άρα  $AK = KD$ . Όμως το  $KMND$  είναι παραλληλόγραμμο άρα  $KD = MN$ . Συνεπώς  $AK = MN$ .

Οπότε το τετράπλευρο  $AKMN$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

γ) Η διάμεσος του τραπέζιου  $AKMN$  είναι  $\delta = \frac{KM+AN}{2}$ . Όμως  $KMND$  παραλληλόγραμμο άρα  $KM = DN$  και  $N$  μέσο  $DB$  συνεπώς  $DN = NB$  οπότε

$$\delta = \frac{DN+AN}{2} = \frac{NB+AN}{2} = \frac{AB}{2}.$$