α) Ισχύει ότι:

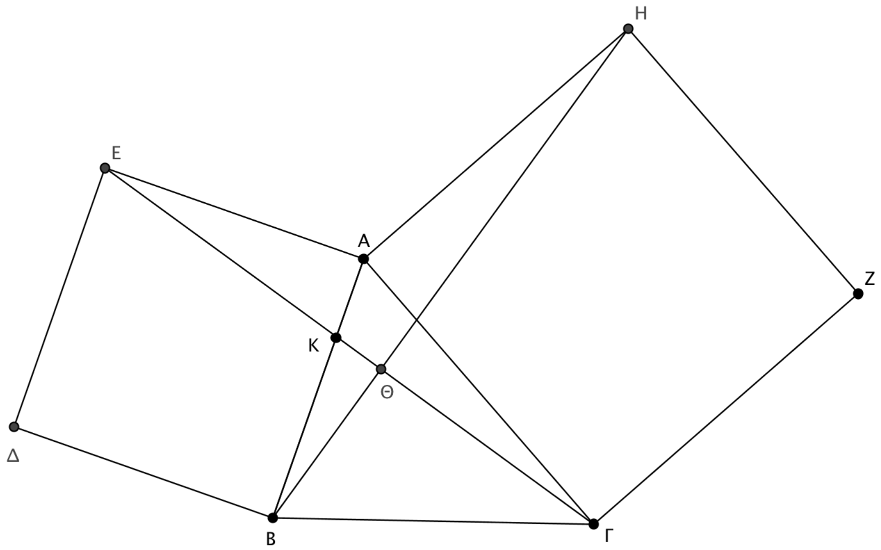
$B\widehat{A}E + B\widehat{A}\Gamma + H\widehat{A}\Gamma + E\widehat{A}H = 360^o \Leftrightarrow 90^o + B\widehat{A}\Gamma + 90^o + E\widehat{A}H = 360^o \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow E\widehat{A}H = 180^o - B\widehat{A}\Gamma$ (1).

Από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ βρίσκουμε:

$A\widehat{B}\Gamma + A\widehat{\Gamma}B + B\widehat{A}\Gamma = 180^o \Leftrightarrow A\widehat{B}\Gamma + A\widehat{\Gamma}B = 180^o - B\widehat{A}\Gamma$ (2)

Από (1), (2) προκύπτει ότι: $E\widehat{A}H = A\widehat{B}\Gamma + A\widehat{\Gamma}B$.



β) Τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΑΒΗ έχουν:

ΑΓ = ΑΗ, ως πλευρές του τετραγώνου ΑΓΖΗ

$E\widehat{A}\Gamma = H\widehat{A}B$, διότι $E\widehat{A}\Gamma = E\widehat{A}B + B\widehat{A}\Gamma = 90^o + B\widehat{A}\Gamma$ και

$H\widehat{A}B = H\widehat{A}\Gamma + B\widehat{A}\Gamma = 90^o + B\widehat{A}\Gamma$

ΑΒ = ΑΕ, ως πλευρές του τετραγώνου ΑΒΔΕ

Σύμφωνα με το κρτήριο Π – Γ – Π τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΑΒΗ είναι ίσα οπότε ισχύει και ΕΓ = ΒΗ διότι είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες ΕΑΓ και ΒΑΗ.

γ) Έστω Θ το σημείο τομής των ΕΓ, ΒΗ και Κ το σημείο τομής των ΕΓ, ΑΒ. Επειδή τα τρίγωνα ΕΑΓ και ΗΑΒ είναι ίσα, ισχύει ότι: $A\widehat{E}\Gamma = A\widehat{B}H$ (3) διότι είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΗ και ΑΓ.

Επίσης $E\widehat{K}A = B\widehat{K}\Gamma$ (4) ως κατακορυφήν.

Στο τρίγωνο ΑΕΚ είναι: $A\widehat{E}\Gamma + E\widehat{K}A = 90^o \overset{(3),(4)}{\Longleftrightarrow} A\widehat{B}H + B\widehat{K}\Gamma = 90^o$ (5).

Από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΒΚΘ βρίσκουμε:

$B\widehat{\Theta}K + A\widehat{B}H + B\widehat{K}\Gamma = 180^o \overset{(5)}{\Leftrightarrow} B\widehat{\Theta}K + 90^o = 180^o \Leftrightarrow B\widehat{\Theta}K = 90^o$. Άρα $E\Gamma \perp BH$.