

α) Είναι:

$\widehat{\Delta ZA} = \widehat{ZAB}$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την AZ,

$\widehat{\Delta AZ} = \widehat{ZAB}$, διότι η AZ είναι διχοτόμος της γωνίας \widehat{A} .

Άρα $\widehat{\Delta AZ} = \widehat{\Delta ZA}$, οπότε το τρίγωνο ΔAZ είναι ισοσκελές.

β) Επειδή το τρίγωνο ΔAZ είναι ισοσκελές, ισχύει ότι

$$AD = AZ \Leftrightarrow AB + \Gamma\Delta = AZ \Leftrightarrow AB = AZ - \Gamma\Delta \Leftrightarrow AB = \Gamma Z.$$

Τα τρίγωνα ABE και EΓZ έχουν:

$$AB = \Gamma Z,$$

$\widehat{\Delta ZA} = \widehat{ZAB}$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την AZ

$\widehat{B} = \widehat{E\Gamma Z}$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την ΒΓ.

Σύμφωνα με το κριτήριο Γ – Π – Γ, τα τρίγωνα ABE και EΓZ είναι ίσα, οπότε είναι και $BE = E\Gamma$ διότι είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες ZAB και ΔZA, δηλαδή το E είναι το μέσο της ΒΓ.

γ) Επειδή τα τρίγωνα ABE και EΓZ είναι ίσα ισχύει ότι $AE = EZ$ διότι είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες B και EΓZ.

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΔAZ, το ΔE είναι διάμεσος, άρα είναι και διχοτόμος του τριγώνου. Δηλαδή η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Delta}$.