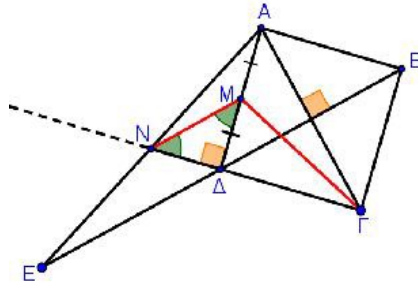


α) Στο τρίγωνο EAB το Δ είναι μέσο της EB και η ΔN // AB ως απέναντι πλευρές τετραγώνου. Άρα το N είναι μέσο του AE και ισχύει: $DN = \frac{AB}{2}$ (1).

Ισχύει ακόμη ότι $DM = \frac{AD}{2} = \frac{AB}{2}$ (2).

Από (1), (2) βρίσκουμε $DN = DM$.



β) Το τρίγωνο NMD είναι ορθογώνιο και ισοσκελές αφού $DN = DM$, οπότε και $\widehat{DNM} = \widehat{DMN}$. Τότε: $\widehat{DNM} + \widehat{DMN} = 90^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{DMN} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{DMN} = 45^\circ = \widehat{DNM}$.

γ) i. Στο τρίγωνο ADE το MN ενώνει τα μέσα των πλευρών, AD και AE οπότε $MN \parallel DE$.

Όμως $DE \perp AF$ αφού οι διαγώνιες ενός τετραγώνου είναι κάθετες, άρα θα είναι και $MN \perp AF$.

ii. Στο τρίγωνο ANΓ τα NM και AD είναι ύψη του, άρα το σημείο τομής τους M είναι ορθόκεντρο του τριγώνου. Οπότε $GM \perp AN$.