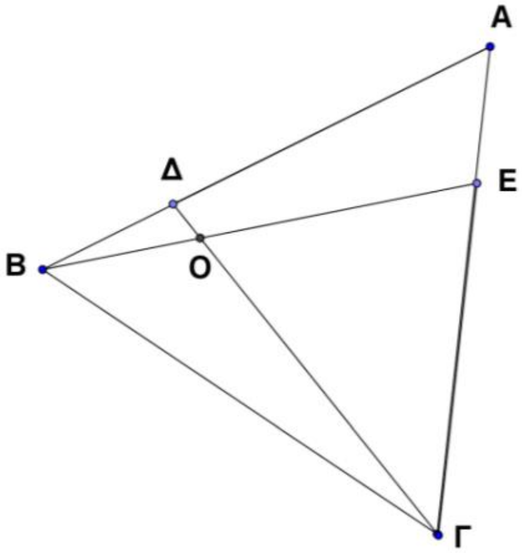

α) i. Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΑΔΓ έχουν:

ΑΔ = ΓΕ από υπόθεση,

ΑΓ = ΒΓ ως πλευρές του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ και

$\Gamma\widehat{A}\Delta = B\widehat{\Gamma}E = 60^o$ ως γωνίες του ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ.

Σύμφωνα με το κριτήριο Π – Γ – Π τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε έχουν και $B\widehat{E}\Gamma = \Gamma\widehat{\Delta}A$ διότι είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΒΓ και ΑΓ.

ii. Επειδή τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΑΔΓ είναι ίσα, ισχύει ότι: $E\widehat{B}\Gamma = \Delta\widehat{\Gamma}A$ διότι είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΕΓ και ΑΔ. Οπότε ισχύει και ότι: $O\widehat{B}\Gamma = O\widehat{\Gamma}A$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΒΟΓ έχουμε:

$B\widehat{O}\Gamma + O\widehat{B}\Gamma + B\widehat{\Gamma}O = 180^o \Leftrightarrow B\widehat{O}\Gamma + O\widehat{\Gamma}A + B\widehat{\Gamma}O = 180^o \Leftrightarrow B\widehat{O}\Gamma + B\widehat{\Gamma}A = 180^o \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow B\widehat{O}\Gamma + 60^o = 180^o \Leftrightarrow B\widehat{O}\Gamma = 120^o$.

β) Είναι $\Delta\widehat{O}E = B\widehat{O}\Gamma = 120^o$ ως κατακορυφήν και $A = 60^o$ ως γωνία του ισόπλευρου τριγώνου, άρα $\Delta\widehat{O}E + \widehat{A} = 180^o$, δηλαδή στο τετράπλευρο ΑΔΟΕ δύο απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές, οπότε είναι εγγράψιμο.