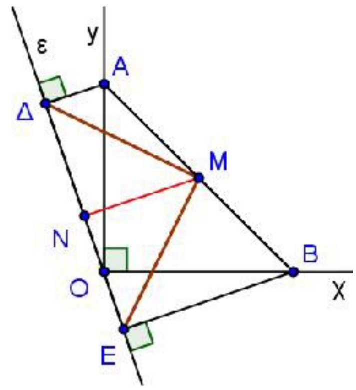
α) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΑΔ και ΟΒΕ έχουν:

ΟΑ = ΟΒ, από υπόθεση

$\mathrm{A}\widehat{\mathrm{O}}\Delta = \mathrm{O}\widehat{\mathrm{B}}\mathrm{E}$, ως οξείες γωνίες με πλευρές κάθετες ($\mathrm{OA} \perp \mathrm{OB}, \mathrm{O}\Delta \perp \mathrm{EB}$).

Άρα τα τρίγωνα έχουν ίσες υποτείνουσες και ίσες οξείες γωνίες οπότε είναι ίσα.



β) Επειδή τα τρίγωνα ΟΑΔ και ΟΕΒ είναι ίσα, ισχύει ότι: ΑΔ = ΟΕ επειδή είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες ΑΟΔ και ΟΒΕ και ΟΔ = ΒΕ .

Οπότε: ΑΔ + ΒΕ = ΟΕ + ΟΔ = ΔΕ.

γ) Είναι ΑΔ $\perp$ ε και ΒΕ $\perp$ ε, άρα ΑΔ // ΒΕ και η ΑΒ δεν είναι παράλληλη στην ΔΕ από υπόθεση. Οπότε το ΑΒΕΔ είναι τραπέζιο.

Η ΜΝ είναι διάμεσος του τραπεζίου ΑΒΕΔ οπότε ισχύει:

ΜΝ = $\frac{\mathrm{A}\Delta+\mathrm{BE}}{2}$. Όμως ΑΔ +ΒΕ = ΔΕ άρα ΜΝ = $\frac{\Delta\mathrm{E}}{2}$.

δ) Ισχύει ΜΝ // ΑΔ διότι η διάμεσος ΜΝ του τραπεζίου ΑΔΕΒ είναι παράλληλη στις βάσεις του. Επειδή ΑΔ $\perp$ ε θα είναι και ΜΝ $\perp$ ε. Από το ερώτημα (γ) έχουμε ότι:

ΜΝ = $\frac{\Delta\mathrm{E}}{2}$.

Άρα στο τρίγωνο ΔΜΕ η διάμεσός του ΜΝ ισούται με το μισό της πλευράς ΔΕ στην οποία αντιστοιχεί, άρα το τρίγωνο ΔΜΕ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την ΔΕ, δηλαδή $\mathrm{M}\widehat{\Delta}\mathrm{E} = 90^{o}$.

Επειδή ΜΝ // ΑΔ και ΑΔ κάθετη στη ΔΕ είναι ΜΝ κάθετη στη ΔΕ, οπότε το τμήμα ΜΝ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο ΔΜΕ, οπότε το τρίγωνο ΔΜΕ είναι και ισοσκελές.