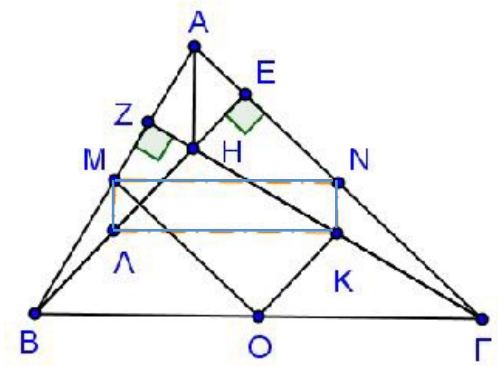
α) i. Το ΜΝ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα ΜΝ // ΒΓ (1) και ΜΝ = $\frac{ΒΓ}{2}$ (2)

Το ΚΛ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΗΒ και ΗΓ στο τρίγωνο ΗΒΓ, άρα ΚΛ // ΒΓ (3) και ΚΛ = $\frac{ΒΓ}{2}$ (4)

Από (2), (4) προκύπτει: ΜΝ = ΚΛ.



ii. Το ΝΚ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΗΓ στο τρίγωνο ΑΗΓ, άρα ΝΚ // ΑΗ (5) και ΝΚ = $\frac{ΑΗ}{2}$ (6).

Το ΜΛ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΗ στο τρίγωνο ΑΗΒ, άρα ΜΛ // ΑΗ και ΜΛ = $\frac{ΑΗ}{2}$ (7).

Από (6), (7) προκύπτει ότι: ΝΚ = ΜΛ = $\frac{ΑΗ}{2}$

iii. Από τις (1), (3) έχουμε ΜΝ // ΚΛ. Επίσης ΜΝ = ΚΛ άρα το τετράπλευρο ΜΝΚΛ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

Επειδή το Η είναι ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ, είναι ΑΗ $\perp$ ΒΓ (8).

Επειδή ΜΝ // ΒΓ (9) και ΜΛ // ΑΗ (10), από (8), (9) και (10) είναι ΜΝ $\perp$ ΜΛ.

Άρα το παραλληλόγραμμο ΜΝΚΛ έχει μία ορθή γωνία και συνεπώς είναι ορθογώνιο.

β) Το ΚΟ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΗΓ και ΒΓ στο τρίγωνο ΗΒΓ, άρα ΚΟ // ΒΗ.

Το ΜΟ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΓ στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα ΜΟ // ΑΓ.

Όμως ΒΗ $\perp$ ΑΓ άρα και ΚΟ$\perp$ΜΟ, δηλαδή $Μ\widehat{Ο}Κ = 90^o$.