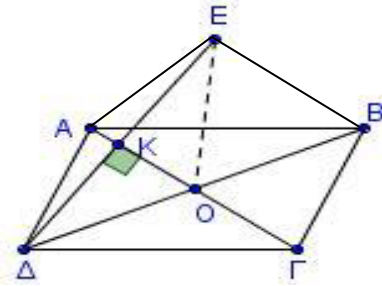


α) Στο τρίγωνο ΟΔΕ το ΟΚ είναι ύψος και διάμεσος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Άρα $EO = OD$.

Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ διχοτομούνται άρα $OD = \frac{BD}{2}$.

Συνεπώς $EO = OD = \frac{BD}{2}$.



β) Στο τρίγωνο ΔΕΒ είναι: $EO = \frac{BD}{2}$. Δηλαδή η διάμεσος ΕΟ του τριγώνου ΔΕΒ ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί. Άρα το τρίγωνο ΔΕΒ είναι ορθογώνιο με $\widehat{DEB} = 90^\circ$.

γ) Είναι $EB \perp DE$ και $GA \perp DE$, άρα $EB \parallel AG$.

Η ΑΕ τέμνει την ΑΔ και $AD \parallel BG$ άρα η ευθεία ΑΕ τέμνει την ευθεία ΒΓ. Συνεπώς το τετράπλευρο ΑΕΒΓ είναι τραπέζιο.

Στο τρίγωνο ΑΔΕ το ΑΚ είναι ύψος και διάμεσος, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές και ισχύει ότι $AE = AD$.

Από το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχουμε $AD = BG$. Άρα $AE = BG$.

Συνεπώς το τραπέζιο ΑΕΒΓ είναι ισοσκελές.