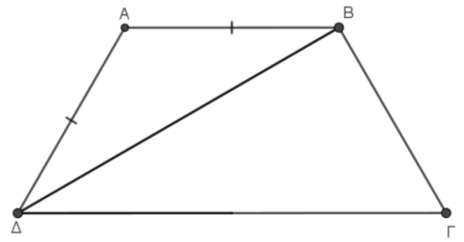
α) Επειδή ΑΒ = ΑΔ, το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές οπότε $\text{Α}\widehat{\Delta}\text{Β} = \text{Α}\widehat{\text{Β}}\Delta$

Όμως $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\Delta = \text{Β}\widehat{\Delta}\Gamma$

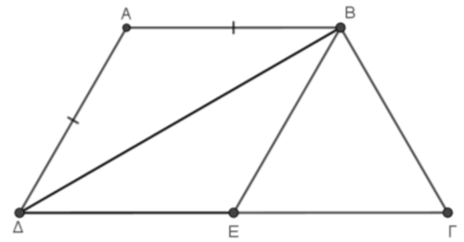
ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΒΔ.

Άρα $\text{Α}\widehat{\Delta}\text{Β} = \text{Β}\widehat{\Delta}\Gamma$

Επομένως η ΒΔ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{\Delta}$.



β) Από το Β φέρουμε παράλληλη στην ΑΔ που τέμνει τη ΔΓ στο Ε. Το τετράπλευρο ΑΒΕΔ έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες και δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες (ΑΒ = ΑΔ), οπότε είναι ρόμβος.



γ) Οι διαγώνιες του ρόμβου τέμνονται κάθετα οπότε $\text{Β}\widehat{\text{Ο}}\text{Ε} = 90^o$.

Ισχύει ακόμη ότι:

- $\text{Β}\widehat{\text{Α}}\Delta = \text{Α}\widehat{\text{Β}}\Gamma = 120^o$, διότι είναι γωνίες βάσης ισοσκελούς τραπεζίου.
- $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\Gamma + \text{Β}\widehat{\Gamma}\text{Ε} = 180^o$, ως εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από τη ΒΓ.

Τότε:

$\text{Α}\widehat{\text{Β}}\Gamma + \text{Β}\widehat{\Gamma}\text{Ε} = 180^o \Leftrightarrow 120^o + \widehat{\Gamma} = 180^o \Leftrightarrow \widehat{\Gamma} = 60^o$

Επειδή ΒΓ = ΒΕ = ΑΔ και $\widehat{\Gamma} = 60^o$, το τρίγωνο ΒΕΓ είναι ισόπλευρο, άρα

$\text{Ε}\widehat{\text{Β}}\Gamma = \text{Β}\widehat{\text{Ε}}\Gamma = 60^o$

Τότε:

$\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Ε} = \text{Α}\widehat{\text{Β}}\Gamma - \text{Ε}\widehat{\text{Β}}\Gamma = 120^o - 60^o = 60^o$

Επίσης η ΒΔ είναι διαγώνιος του ρόμβου οπότε διχοτομεί τη γωνία $A\widehat{B}E$.

Άρα $O\widehat{B}E = 30^o$

Τότε $O\widehat{B}\Gamma = 30^o + 60^o = 90^o$

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΟΒΕ βρίσκουμε:

$O\widehat{E}B + O\widehat{B}E = 90^o \Leftrightarrow O\widehat{E}B = 90^o - 30^o \Leftrightarrow O\widehat{E}B = 60^o$ και

$O\widehat{E}\Gamma = 60^o + 60^o = 120^o$