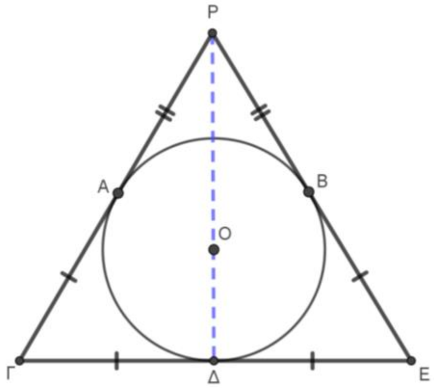
α) i. Τα ΓΑ, ΓΔ είναι εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από το Γ προς τον κύκλο, οπότε ΓΑ = ΓΔ. Τότε:

ΡΓ = ΡΑ + ΑΓ   ή   ΡΓ = ΡΑ + ΓΔ.



ii. Τα ΕΒ, ΕΔ είναι εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από το Ε προς τον κύκλο, οπότε ΕΒ = ΕΔ.

Επίσης τα ΡΑ, ΡΒ είναι εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από το Ρ προς τον κύκλο και ισχύει ΡΑ = ΡΒ.

Όμως ΡΓ = ΓΔ + ΡΑ   ή   ΡΑ = ΡΓ – ΓΔ (1) και ΡΒ = ΡΕ – ΒΕ = ΡΕ – ΔΕ (2).

Οπότε, από (1), (2) βρίσκουμε ΡΓ – ΓΔ = ΡΕ – ΔΕ

β) i. Αν ΑΓ = ΒΕ, τότε ΑΓ = ΓΔ = ΔΕ = ΒΕ.

Είναι ΡΓ = ΓΔ + ΡΑ, ΡΕ = ΡΒ + ΔΕ, οπότε ΡΓ = ΡΕ. Άρα το τρίγωνο ΡΓΕ είναι ισοσκελές.

ii. ΟΔ $\perp$ ΓΔ διότι ΟΔ ακτίνα κύκλου. Επίσης ΡΔ $\perp$ ΓΔ, διότι ΡΔ διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου ΡΓΕ οπότε και ύψος. Άρα ΟΔ και ΡΔ ταυτίζονται επομένως Ρ, Ο και Δ συνευθειακά.