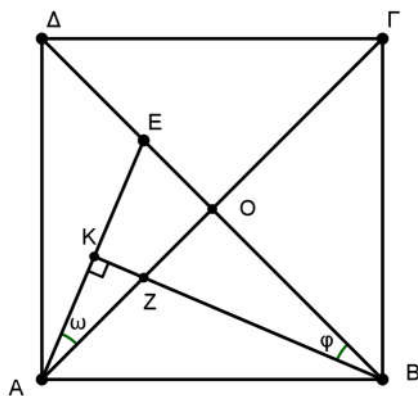


α) Οι διαγώνιοι του τετραγώνου είναι κάθετες, οπότε το τρίγωνο OAE είναι ορθογώνιο. Στο τρίγωνο αυτό, είναι $\hat{\omega} = 180^\circ - 90^\circ - \hat{OEA} = 90^\circ - \hat{OEA}$. Ομοίως, στο ορθογώνιο τρίγωνο BKE είναι $\hat{\phi} = 90^\circ - \hat{OEA}$. Οπότε είναι $\hat{\omega} = \hat{\phi}$.



β) Τα τρίγωνα AOE και BOZ έχουν:

- $OA = OB$, ως μισά των ίσων διαγωνίων AΓ και BΔ του τετραγώνου
- $\hat{AOE} = \hat{BOZ} = 90^\circ$
- $\hat{\omega} = \hat{\phi}$, από το ερώτημα α

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα (κριτήριο ΓΠΓ), οπότε έχουν τις υποτείνουσες ίσες, δηλαδή $BZ = AE$ και τις τρίτες πλευρές ίσες, δηλαδή $OZ = OE$ (1).

Επιπλέον, εφόσον $OG = OB$ και $OZ = OE$, θα είναι και $OG + OZ = OB + OE$ δηλαδή τελικά $GZ = BE$.

γ) Στο τρίγωνο EAB τα BZ και AO είναι τα ύψη του, οπότε το Z είναι ορθόκεντρο του τριγώνου. Άρα το EZ είναι η ευθεία του τρίτου ύψους του τριγώνου, δηλαδή $EZ \perp AB$.