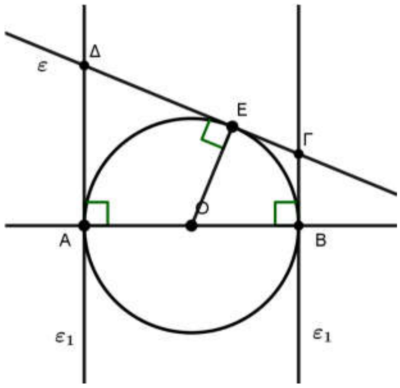
α) i. Οι $ε_1$, $ε_2$ είναι κάθετες στην ΑΒ (εφπτόμενες που είναι κάθετες στις ακτίνες ΟΑ και ΟΒ), άρα είναι μεταξύ τους παράλληλες. Οπότε ΔΑ // ΓΒ.

Το Ε δεν είναι μέσο του τόξου ΑΒ οπότε $B\widehat{O}E \neq 90^o$. Επειδή $\widehat{E} = 90^o$, οι ΔΓ και ΑΒ δεν είναι παράλληλες.

Άρα το ΑΒΓΔ έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες, άρα είναι τραπέζιο.



ii. Τα εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από σημείο εκτός κύκλου προς αυτόν, είναι μεταξύ τους ίσα, άρα ΔΑ = ΔΕ και ΓΕ = ΓΒ. Τότε ΓΔ = ΓΕ + ΕΔ = ΒΓ + ΑΔ

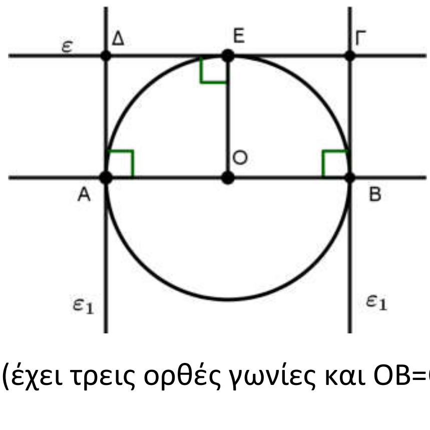
β) Εφόσον το Ε είναι μέσο του τόξου $\overset{\frown}{AB}$, για το μέτρο της γωνίας $B\hat{O}E$ ισχύει ότι

$$B\hat{O}E = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Επιπλέον $\widehat{E} = 90^o$ (η ακτίνα είναι κάθετη στην αντίστοιχη εφαπτομένη).

Οπότε οι ΓΔ και ΑΒ είναι παράλληλες (εφόσον είναι κάθετες στην ΟΕ).

Αφού είναι και ΑΔ//ΒΓ, το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Και αφού έχει μια ορθή γωνία (πχ. $\widehat{B} = 90^o$) θα είναι ορθογώνιο.



Το ΟΒΓΕ είναι τετράγωνο (έχει τρεις ορθές γωνίες και ΟΒ=ΟΕ), οπότε ισχύει ότι ΟΒ = ΓΒ = R.

Οπότε και ΑΔ=ΒΓ=R και ΓΔ=ΑΒ=2R (απέναντι πλευρές του ΑΒΓΔ). Έτσι, η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι: ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΑΔ = 2R + R + 2R + R = 6R